

第 1 章

数と式

1

(1) 不等式 $|2x+1| \leq 3$ の解は $\boxed{\text{アイ}} \leq x \leq \boxed{\text{ウ}}$ である。

以下, a を自然数とする。

(2) 不等式

$$|2x+1| \leq a \quad \dots \textcircled{1}$$

の解は

$$\frac{-\boxed{\text{エ}}-a}{\boxed{\text{オ}}} \leq x \leq \frac{-\boxed{\text{エ}}+a}{\boxed{\text{オ}}}$$

である。

(3) 不等式 ① を満たす整数 x の個数を N とする。 $a=3$ のとき, $N=\boxed{\text{カ}}$ である。また, $a=4, 5, 6, \dots$ と増加するとき, N が初めて $\boxed{\text{カ}}$ より大きくなるのは, $a=\boxed{\text{キ}}$ のときである。

2 a を実数とする。 $9a^2 - 6a + 1 = \left(\boxed{\text{ア}} a - \boxed{\text{イ}} \right)^2$ である。次に

$$A = \sqrt{9a^2 - 6a + 1} + |a + 2|$$

とおくと

$$A = \sqrt{\left(\boxed{\text{ア}} a - \boxed{\text{イ}} \right)^2} + |a + 2|$$

である。

次の三つの場合に分けて考える。

- $a > \frac{1}{3}$ のとき, $A = \boxed{\text{ウ}} a + \boxed{\text{エ}}$ である。
- $-2 \leq a \leq \frac{1}{3}$ のとき, $A = \boxed{\text{オカ}} a + \boxed{\text{キ}}$ である。
- $a < -2$ のとき, $A = -\boxed{\text{ウ}} a - \boxed{\text{エ}}$ である。

(1) $a = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ のとき, $A = \sqrt{\boxed{\text{ク}}} + \boxed{\text{ケ}}$ である。

(2) $-2 \leq a \leq \frac{1}{3}$ のとき, A のとり得る値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \leq A \leq \boxed{\text{シ}}$$

である。

(3) $A = 2a + 13$ となる a の値は

$$\boxed{\text{ス}}, \quad \begin{array}{|c|} \hline \boxed{\text{セソ}} \\ \hline \boxed{\text{タ}} \\ \hline \end{array}$$

である。

3 x は正の実数で、 $x^2 + \frac{4}{x^2} = 9$ を満たすとする。このとき

$$\left(x + \frac{2}{x}\right)^2 = \boxed{\text{アイ}}$$

であるから、 $x + \frac{2}{x} = \sqrt{\boxed{\text{アイ}}}$ である。さらに

$$\begin{aligned} x^3 + \frac{8}{x^3} &= \left(x + \frac{2}{x}\right) \left(x^2 + \frac{4}{x^2} - \boxed{\text{ウ}}\right) \\ &= \boxed{\text{エ}} \sqrt{\boxed{\text{オカ}}} \end{aligned}$$

である。また

$$x^4 + \frac{16}{x^4} = \boxed{\text{キク}}$$

である。

また、 $\left(x - \frac{2}{x}\right)^2 = \boxed{\text{ケ}}$ である。 $x - \frac{2}{x} < 0$ のときは $x - \frac{2}{x} = -\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ であり、したがって、このとき

$$x = \frac{\sqrt{\boxed{\text{コサ}}} - \sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

4

(1) x を実数とし

$$A = x(x+1)(x+2)(5-x)(6-x)(7-x)$$

とおく。整数 n に対して

$$(x+n)(n+5-x) = x(5-x) + n^2 + \boxed{\text{ア}} n$$

であり、したがって、 $X = x(5-x)$ とおくと

$$A = X \left(X + \boxed{\text{イ}} \right) \left(X + \boxed{\text{ウエ}} \right)$$

と表せる。

$$x = \frac{5 + \sqrt{17}}{2} \text{ のとき, } X = \boxed{\text{オ}} \text{ であり, } A = 2^{\boxed{\text{カ}}} \text{ である。}$$

(2) 実数 x が

$$(x+1)(x+2)(6-x)(7-x) = -16$$

を満たすとき、 $x(5-x) = \boxed{\text{キクケ}}$ である。したがって、このとき

$$x = \frac{\boxed{\text{コ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{サシ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

5 $(19+5\sqrt{13})(19-5\sqrt{13}) = \boxed{\text{アイ}}$ であるから, $19-5\sqrt{13}$ は正の実数である。 $19+5\sqrt{13}$ の正の平方根を α とし, $19-5\sqrt{13}$ の正の平方根を β とする。このとき

$$\alpha^2 + \beta^2 = \boxed{\text{ウエ}}, \quad \alpha\beta = \boxed{\text{オ}}$$

であり

$$(\alpha + \beta)^2 = \boxed{\text{カキ}}, \quad (\alpha - \beta)^2 = \boxed{\text{クケ}}$$

である。したがって

$$\alpha = \frac{\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}} + \sqrt{\boxed{\text{シス}}}}{\boxed{\text{セ}}}, \quad \beta = \frac{\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}} - \sqrt{\boxed{\text{シス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。

このとき, $\alpha - \beta > n$ を満たす最大の整数 n は $\boxed{\text{ソ}}$ である。

$\alpha\beta = \boxed{\text{オ}}$ に注意すると, $\beta < x < \alpha$ を満たす整数 x は全部で $\boxed{\text{タ}}$ 個あることがわかる。

6

- (1) $k = \frac{6}{\sqrt{3}+1}$ とする。分母を有理化すると

$$k = \boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}}} - \boxed{\text{ウ}}$$

となる。また、 k の整数部分は $\boxed{\text{エ}}$ である。

- (2) x に関する不等式

$$6 \geq |(\sqrt{3}+1)x - 12|$$

を解くと

$$\boxed{\text{オ}} \sqrt{\boxed{\text{カ}}} - \boxed{\text{キ}} \leq x \leq \boxed{\text{ク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}}} - \boxed{\text{コ}}$$

となり、この不等式を満たす整数は全部で $\boxed{\text{サ}}$ 個ある。

- (3) a を正の実数とし、 x に関する不等式

$$a \geq |(\sqrt{3}+1)x - 12|$$

を考える。この不等式を満たす整数がちょうど 1 個になるとき、その整数は $\boxed{\text{シ}}$ であり、そのときの a のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{スセ}} \sqrt{\boxed{\text{ソ}}} + \boxed{\text{タ}} \leq a < \boxed{\text{チ}} \sqrt{\boxed{\text{ツ}}} - \boxed{\text{テ}}$$

である。

7 a を実数とする。 x の関数

$$f(x) = (1+2a)(1-x) + (2-a)x$$

を考える。

$$f(x) = \left(-\boxed{\text{ア}}a + \boxed{\text{イ}} \right)x + 2a + 1$$

である。

(1) $0 \leq x \leq 1$ における $f(x)$ の最小値は、

$$a \leq \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ア}}} \text{ のとき, } \boxed{\text{ウ}}a + \boxed{\text{エ}}$$

$$a > \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ア}}} \text{ のとき, } \boxed{\text{オ}}a + \boxed{\text{カ}} \text{ である。}$$

(2) $0 \leq x \leq 1$ において、常に $f(x) \geq \frac{2(a+2)}{3}$ となる a の値の範囲は、 $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \leq a \leq \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

(3) $0 \leq x \leq 1$ における $f(x)$ の最小値を $g(a)$ とおき、 a の関数と考える。

$$a \text{ が } \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \leq a \leq \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \text{ の範囲にあるとき, } g(a) \text{ の最小値は } \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \text{ であり, } g(a) \text{ の最大値は } \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \text{ である。}$$

8

(1) a を正の実数とする。 $\frac{1}{4}a^2 + a + 1 = \left(\frac{1}{\boxed{\text{ア}}}a + 1 \right)^2$ であり、また

$$0 < a + 1 < \frac{1}{4}a^2 + a + 1$$

であるので

$$\sqrt{a+1} < \frac{1}{\boxed{\text{ア}}}a + 1 \quad \dots \textcircled{1}$$

となる。

(2) 2次不等式 $\left(\frac{12}{25}a + 1 \right)^2 < a + 1$ を解くと、 $0 < a < \frac{\boxed{\text{イウ}}}{\boxed{\text{エオカ}}}$ となる。

よって、 $0 < a < \frac{\boxed{\text{イウ}}}{\boxed{\text{エオカ}}}$ のとき

$$\frac{12}{25}a + 1 < \sqrt{a+1} \quad \dots \textcircled{2}$$

が成り立つ。

(3) (1) と (2) の結果を用いて、 $\sqrt{17}$ のおよその値を求める。

$\frac{\sqrt{17}}{4} = \sqrt{\frac{1}{\boxed{\text{キク}}} + 1}$ である。 $a = \frac{1}{\boxed{\text{キク}}}$ を $\textcircled{1}$ に代入すると $\frac{\sqrt{17}}{4} < \frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ となり、 $\textcircled{2}$

に代入すると $\frac{\boxed{\text{スセソ}}}{\boxed{\text{タチツ}}} < \frac{\sqrt{17}}{4}$ となる。

したがって

$$\frac{m}{200} < \sqrt{17} < \frac{m+1}{200} \quad \dots \textcircled{3}$$

を満たす自然数 m は $\boxed{\text{テトナ}}$ である。

$\textcircled{3}$ より $\sqrt{17}$ の小数第3位を四捨五入すると、 $4.\boxed{\text{ニヌ}}$ となる。

9

(1) 下の $\boxed{\text{ア}}$ には, 下の ① ~ ③ のうちから当てはまるものを一つ選べ。

① $>$

② $<$

③ $\geq$

④ $\leq$

1 次不等式 $(5 - \sqrt{31})x + 12 < 0$ の解は

$$x \boxed{\text{ア}} \boxed{\text{イウ}} + \boxed{\text{エ}} \sqrt{\boxed{\text{オカ}}}$$

である。

(2) $\sqrt{21}$ の整数部分は $\boxed{\text{キ}}$ である。

$\sqrt{21}$, $\sqrt{23}$, $\sqrt{31}$ の小数部分をそれぞれ a , b , c とするとき

$$a - c = \boxed{\text{ク}} + \sqrt{21} - \sqrt{31}$$

であり

$$\left(\boxed{\text{ク}} + \sqrt{21} - \sqrt{31} \right) \left(\boxed{\text{ク}} + \sqrt{21} + \sqrt{31} \right) (9 + 2\sqrt{21}) = \boxed{\text{ケ}}$$

となる。

次の $\boxed{\text{コ}}$ に当てはまるものを, 下の ① ~ ⑤ のうちから一つ選べ。

$\boxed{\text{コ}}$ が成り立つ。

① $a < b < c$

② $b < c < a$

③ $c < a < b$

④ $a < c < b$

⑤ $c < b < a$

⑥ $b < a < c$

- 10 $\alpha = \frac{4}{4-\sqrt{7}}$ とする。 α の分母を有理化すると

$$\alpha = \frac{\boxed{\text{アイ}} + \boxed{\text{ウ}} \sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}} \quad \dots \textcircled{1}$$

となる。

また、 r を有理数とし

$$\beta = \frac{9 - (r^2 - 3r)\sqrt{7}}{5}$$

とする。

- (1) 一般に、 $\sqrt{7}$ が無理数であることから、有理数 p, q に対して

$$p + q\sqrt{7} = 0 \iff p = q = \boxed{\text{カ}}$$

が成り立つ。

- (2) $\alpha - \beta$ が有理数ならば、 r は

$$\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{オ}}} + \frac{r^2 - 3r}{\boxed{\text{キ}}} = 0$$

を満たす。このとき

$$r = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \quad \text{または} \quad r = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。ただし、 $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ と $\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ の解答の順序は問わない。

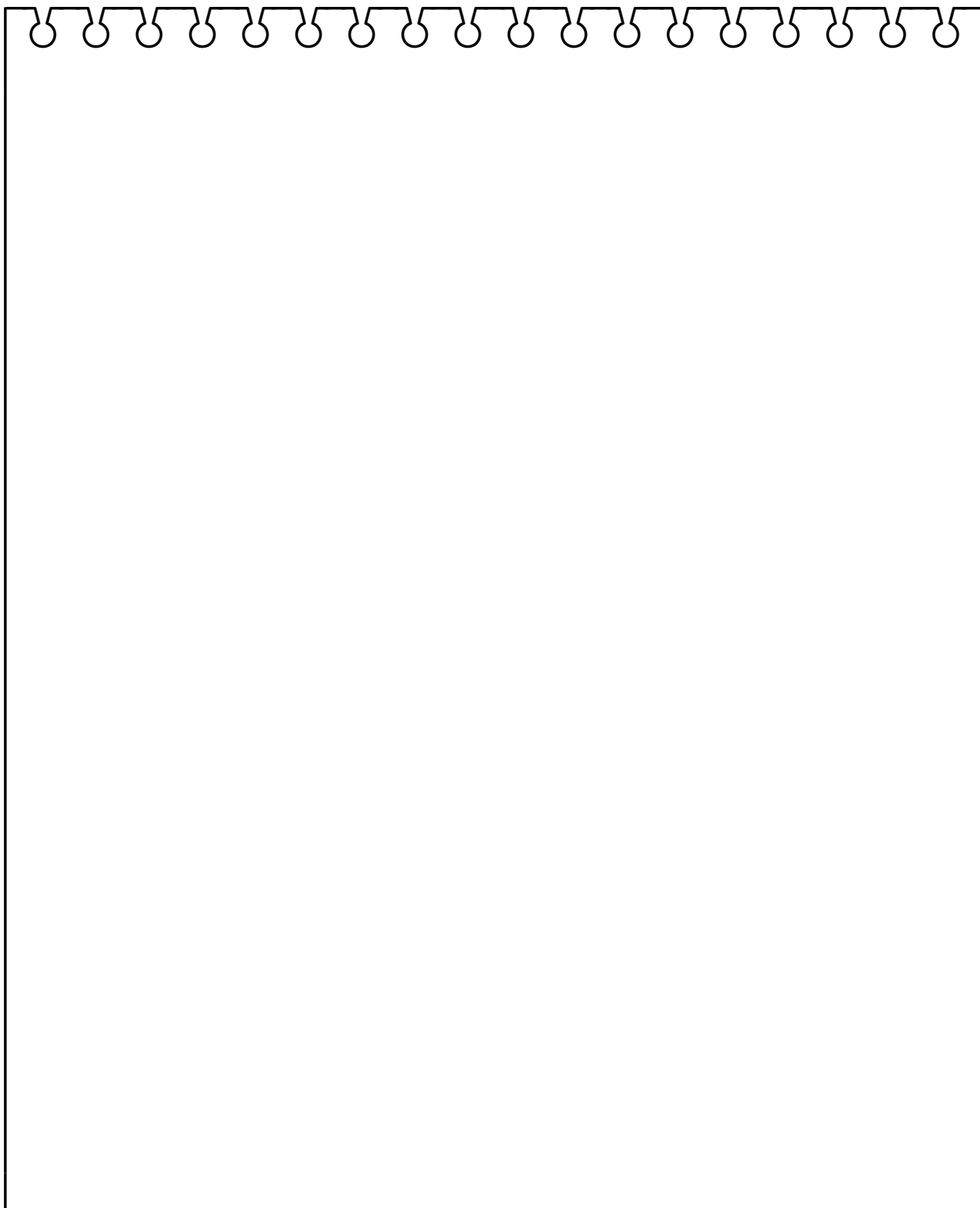
- (3) $\frac{\alpha}{\beta}$ が有理数ならば、①の右辺の分子はある有理数 s を用いて

$$\boxed{\text{アイ}} + \boxed{\text{ウ}} \sqrt{\boxed{\text{エ}}} = s \{ \boxed{\text{シ}} - (r^2 - 3r)\sqrt{7} \}$$

と表される。このとき、 $r = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ であり、 $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$ である。

数学Ⅰ「数と式」センター試験過去問 10 回分を解いて、この分野の問題を解く際に、気を付けるべきこと、注意点、反省点を振り返ってまとめておこう。

「計算ミスに気を付ける」のような漠然とした精神論ではなく、どのような計算ミスがなぜ起きたのかを分析し、再発防止のためにはどのような工夫をすればよいのかを具体的に考えよう。そこを反省することに過去問に取り組む意義がある。さらにその反省が今後、共通テストの対策をする際の指針となるであろう。



第1章 数と式 解答

①

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ
—	2	1	1	2	4	5

【2012 本】

②

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ	ソ	タ
3	1	4	1	—	2	3	2	1	7	3	7	6	—	7	3

【2019 本】

③

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス
1	3	2	7	1	3	7	3	5	1	3	5	2

【2017 本】

④

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス
5	6	1	4	2	8	—	1	0	5	6	5	2

【2018 本】

⑤

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ	ソ	タ
3	6	3	8	6	5	0	2	6	5	2	2	6	2	5	6

【2020 追】

⑥

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ
3	3	3	2	3	3	3	9	3	9	4

【2017 追】

シ	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ	テ
4	—	4	3	8	5	3	7

⑦

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ
3	1	2	1	—	2	1	4	2	5	3	2	5	3

【2016 本】

⑧

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ
2	2	5	1	4	4	1	6	3	3	3	2

【2012 本】

ス	セ	ソ	タ	チ	ツ	テ	ト	ナ	ニ	ヌ
1	0	3	1	0	0	8	2	4	1	2

⑨

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ
①	1	0	2	3	1	4	1	3	②

【2016 追】

⑩

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ
1	6	4	7	9	0	5	4	3	5	3

【2018 追】

シ	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ
9	3	2	8	0	8	1