第 2 章

論理と集合

1

(1) A を有理数全体の集合，B を無理数全体の集合とする。空集合を $\varnothing$ と表す。
次の (i) ～ (iv) が真の命題になるように，$\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{エ}}$ に当てはまるものを，下の 0 ～ 5 のうちから一つ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

(i) $A\ \boxed{\text{ア}}\ \{0\}$　　(ii) $\sqrt{28}\ \boxed{\text{イ}}\ B$

(iii) $A=\{0\}\ \boxed{\text{ウ}}\ A$　　(iv) $\varnothing = A\ \boxed{\text{エ}}\ B$

0 $\in$　1 $\ni$　2 $\subset$　3 $\supset$　4 $\cap$　5 $\cup$

(2) 実数 x に対する条件 p，q，r を次のように定める。

p : x は無理数
q : $x+\sqrt{28}$ は有理数
r : $\sqrt{28}x$ は有理数

次の $\boxed{\text{オ}}$，$\boxed{\text{カ}}$ に当てはまるものを，下の 0 ～ 3 のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

p は q であるための $\boxed{\text{オ}}$。

p は r であるための $\boxed{\text{カ}}$。

0 必要十分条件である　　1 必要条件であるが，十分条件ではない
2 十分条件であるが，必要条件ではない　　3 必要条件でも十分条件でもない

2 実数 x について

命題 A：「$x^2 > 2$ または $x^3 > 0$」ならば「$x > 2$」

を考える。

(1) 次の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{エ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑤ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

命題 A の逆，対偶を考えると次のようになる。

逆：「$\boxed{\text{ア}}$」ならば「$\boxed{\text{イ}}$」

対偶：「$\boxed{\text{ウ}}$」ならば「$\boxed{\text{エ}}$」

⓪ $x^2 > 2$ または $x^3 > 0$　① $x^2 > 2$ かつ $x^3 > 0$　② $x^2 \leqq 2$ または $x^3 \leqq 0$
③ $x^2 \leqq 2$ かつ $x^3 \leqq 0$　④ $x > 2$　⑤ $x \leqq 2$

(2) 次の $\boxed{\text{オ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑥ のうちから一つ選べ。

命題 A とその逆，対偶のうち，$\boxed{\text{オ}}$ が真である。

⓪ 命題 A のみ　① 命題 A の逆のみ
② 命題 A の対偶のみ　③ 命題 A とその対偶の二つのみ
④ 命題 A とその逆の二つのみ　⑤ 命題 A の逆と命題 A の対偶の二つのみ
⑥ 三つすべて

(3) 次の $\boxed{\text{カ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

実数 x についての条件「$x^2 > 2$ または $x^3 > 0$」は，「$x > 2$」であるための $\boxed{\text{カ}}$ 。

⓪ 必要条件であるが，十分条件ではない　① 十分条件であるが，必要条件ではない
② 必要十分条件である　③ 必要条件でも十分条件でもない

3 実数 a, b に関する条件 p, q を次のように定める。

$$p : (a+b)^2+(a-2b)^2<5$$
$$q : |a+b|<1 \text{ または } |a-2b|<2$$

(1) 次の 0 ～ 3 のうち，命題「$q \Longrightarrow p$」に対する反例になっているのは $\boxed{\text{ア}}$ である。

0 $a=0,\ b=0$　　1 $a=1,\ b=0$　　2 $a=0,\ b=1$　　3 $a=1,\ b=1$

(2) 命題「$p \Longrightarrow q$」の対偶は「$\boxed{\text{イ}} \Longrightarrow \boxed{\text{ウ}}$」である。

$\boxed{\text{イ}}$，$\boxed{\text{ウ}}$ に当てはまるものを，次の 0 ～ 7 のうちから一つずつ選べ。

0 $|a+b|<1$ かつ $|a-2b|<2$　　1 $(a+b)^2+(a-2b)^2<5$

2 $|a+b|<1$ または $|a-2b|<2$　　3 $(a+b)^2+(a-2b)^2 \leqq 5$

4 $|a+b| \geqq 1$ かつ $|a-2b| \geqq 2$　　5 $(a+b)^2+(a-2b)^2>5$

6 $|a+b| \geqq 1$ または $|a-2b| \geqq 2$　　7 $(a+b)^2+(a-2b)^2 \geqq 5$

(3) p は q であるための $\boxed{\text{エ}}$。

$\boxed{\text{エ}}$ に当てはまるものを，次の 0 ～ 3 のうちから一つ選べ。

0 必要十分条件である

1 必要条件であるが，十分条件ではない

2 十分条件であるが，必要条件ではない

3 必要条件でも十分条件でもない

4　自然数 n に関する三つの条件 p, q, r を次のように定める。

p : n は 4 の倍数である
q : n は 6 の倍数である
r : n は 24 の倍数である

条件 p, q, r の否定をそれぞれ $\overline{p}$, $\overline{q}$, $\overline{r}$ で表す。条件 p を満たす自然数全体の集合を P とし，条件 q を満たす自然数全体の集合を Q とし，条件 r を満たす自然数全体の集合を R とする。

自然数全体の集合を全体集合とし，集合 P, Q, R の補集合をそれぞれ $\overline{P}$, $\overline{Q}$, $\overline{R}$ で表す。

(1) 次の ア , イ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑤ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

$32 \in$ **ア** である。また，$50 \in$ **イ** である。

⓪ $P \cap Q \cap R$　① $P \cap Q \cap \overline{R}$　② $P \cap \overline{Q}$
③ $\overline{P} \cap Q$　④ $\overline{P} \cap \overline{Q} \cap R$　⑤ $\overline{P} \cap \overline{Q} \cap \overline{R}$

(2) 次の オ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ④ のうちから一つ選べ。

$P \cap Q$ に属する自然数のうち最小のものは **ウエ** である、また, ウエ **オ** R である。

⓪ $=$　① $\subset$　② $\supset$　③ $\in$　④ $\notin$

(3) 次の カ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

自然数 ウエ は，命題 **カ** の反例である。

⓪「$(p$ かつ $q) \Longrightarrow \overline{r}$」　①「$(p$ または $q) \Longrightarrow \overline{r}$」
②「$r \Longrightarrow (p$ かつ $q)$」　③「$(p$ かつ $q) \Longrightarrow r$」

5 三角形に関する条件 p，q，r を次のように定める。

p ： 三つの内角がすべて異なる
q ： 直角三角形でない
r ： 45°の内角は一つもない

条件 p の否定を $\overline{p}$ で表し，同様に $\overline{q}$，$\overline{r}$ はそれぞれ条件 q，r の否定を表すものとする。

(1) 命題「$r \Longrightarrow (p$ または $q)$」の対偶は「 **ア** $\Longrightarrow \overline{r}$」である。

ア に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

⓪ (p かつ q)　① ($\overline{p}$ かつ $\overline{q}$)
② ($\overline{p}$ または q)　③ ($\overline{p}$ または $\overline{q}$)

(2) 下の ⓪ ～ ④ のうち，命題「$(p$ または $q) \Longrightarrow r$」に対する反例となっている三角形は **イ** と **ウ** である。

イ と ウ に当てはまるものを，⓪ ～ ④ のうちから一つずつ選べ。ただし，イ と ウ の解答の順序は問わない。

⓪ 直角二等辺三角形
① 内角が 30°，45°，105°の三角形
② 正三角形
③ 三辺の長さが 3，4，5 の三角形
④ 頂角が 45°の二等辺三角形

(3) r は $(p$ または $q)$ であるための **エ** 。

エ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

⓪ 必要十分条件である
① 必要条件であるが，十分条件ではない
② 十分条件であるが，必要条件ではない
③ 必要条件でも十分条件でもない

6　二つの自然数 m，n に関する三つの条件 p，q，r を次のように定める。

p ： m と n はともに奇数である
q ： $3mn$ は奇数である
r ： $m+5n$ は偶数である

また，条件 p の否定を $\overline{p}$ で表す。

(1) 次の $\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ② のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

二つの自然数 m，n が条件 $\overline{p}$ を満たすとする。
このとき，m が奇数ならば n は $\boxed{ア}$。また，m が偶数ならば n は $\boxed{イ}$。

⓪ 偶数である　　① 奇数である　　② 偶数でも奇数でもよい

(2) 次の $\boxed{ウ}$，$\boxed{エ}$，$\boxed{オ}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

p は q であるための $\boxed{ウ}$。

p は r であるための $\boxed{エ}$。

$\overline{p}$ は r であるための $\boxed{オ}$。

⓪ 必要十分条件である
① 必要条件であるが，十分条件ではない
② 十分条件であるが，必要条件ではない
③ 必要条件でも十分条件でもない

7 実数 x に関する 2 つの条件 p，q を

$$p : x = 1$$
$$q : x^2 = 1$$

とする。また，条件 p，q の否定をそれぞれ $\overline{p}$，$\overline{q}$ で表す。

(1) 次の ア ，イ ，ウ ，エ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つずつ選べ。
ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

q は p であるための $\boxed{\text{ア}}$。

$\overline{p}$ は q であるための $\boxed{\text{イ}}$。

(p または $\overline{q}$) は q であるための $\boxed{\text{ウ}}$。

($\overline{p}$ かつ q) は q であるための $\boxed{\text{エ}}$。

⓪ 必要条件だが十分条件でない
① 十分条件だが必要条件でない
② 必要十分条件である
③ 必要条件でも十分条件でもない

(2) 実数 x に関する条件 r を

$$r : x > 0$$

とする。次の オ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑦ のうちから一つ選べ。

3 つの命題

A：「(p かつ q) $\Longrightarrow r$」
B：「$q \Longrightarrow r$」
C：「$\overline{q} \Longrightarrow \overline{p}$」

の真偽について正しいものは $\boxed{\text{オ}}$ である。

⓪ A は真，B は真，C は真
① A は真，B は真，C は偽
② A は真，B は偽，C は真
③ A は真，B は偽，C は偽
④ A は偽，B は真，C は真
⑤ A は偽，B は真，C は偽
⑥ A は偽，B は偽，C は真
⑦ A は偽，B は偽，C は偽

8 a を正の実数とし，実数 x に関する条件 p，q，r を次のように定める。

$$p\ :\ (x-2\sqrt{3})(x-\sqrt{11})>0$$
$$q\ :\ x<a \text{ または } x>\frac{\sqrt{11}}{2}a$$
$$r\ :\ x \text{ は整数である}$$

(1) 次の $\boxed{\text{ア}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

p は r であるための $\boxed{\text{ア}}$。

⓪ 必要十分条件である
① 十分条件であるが，必要条件ではない
② 必要条件であるが，十分条件ではない
③ 必要条件でも十分条件でもない

(2) 条件 p の否定を $\overline{p}$，q の否定を $\overline{q}$ と表し

$$A=\left\{x \mid x \text{ は } \overline{p} \text{ を満たす}\right\}$$
$$B=\left\{x \mid x \text{ は } \overline{q} \text{ を満たす}\right\}$$

と定める。$A\cap B$ が空集合でないための必要十分条件は

$$\boxed{\text{イ}} \leqq a \leqq \boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$$

が成り立つことである。

9 c を 4 以上の整数とする。整数 n に関する二つの条件 p，q を次のように定める。

$$p\ :\ n^2-8n+15=0$$
$$q\ :\ n>2 \text{ または } n<c$$

(1) 次の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑤ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

命題「$p \Longrightarrow q$」の逆は「$\boxed{\textbf{ア}}$」である。
また，命題「$p \Longrightarrow q$」の対偶は「$\boxed{\textbf{イ}}$」である。

⓪ $n^2-8n+15 \neq 0 \Longrightarrow (n \leqq 2 \text{ または } n \geqq c)$
① $n^2-8n+15 \neq 0 \Longrightarrow (n \leqq 2 \text{ かつ } n \geqq c)$
② $(n \leqq 2 \text{ または } n \geqq c) \Longrightarrow n^2-8n+15 \neq 0$
③ $(n > 2 \text{ かつ } n < c) \Longrightarrow n^2-8n+15 \neq 0$
④ $(n \leqq 2 \text{ または } n \geqq c) \Longrightarrow n^2-8n+15 = 0$
⑤ $(n > 2 \text{ かつ } n < c) \Longrightarrow n^2-8n+15 = 0$

(2) 整数 c が 5 以上のとき，p は q であるための**必要条件ではない**。なぜならば，整数 c が 5 以上のとき，整数 $n=\boxed{\textbf{ウ}}$ はつねに命題「$q \Longrightarrow p$」の反例となるからである。

(3) 次の $\boxed{\text{エ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

整数 c が $\boxed{\textbf{エ}}$ を満たすとき，p は q であるための**十分条件ではない**。

⓪ $c=4$　　① $c>5$　　② $c=6$　　③ $c>7$

(4) 整数全体の集合を全体集合とし，その部分集合 A，B を

$$A=\{k\,|\,k>2\},\qquad B=\{k\,|\,k \geqq c\}$$

と定める。集合 A，B の補集合をそれぞれ $\overline{A}$，$\overline{B}$ で表す。

次の $\boxed{\text{オ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑤ のうちから一つ選べ。

整数 n に関する次の条件のうち，q と同値である条件は $\boxed{\textbf{オ}}$ である。

⓪ $n \in A \cap B$　　① $n \in A \cap \overline{B}$　　② $n \in \overline{A} \cap B$
③ $n \in A \cup B$　　④ $n \in A \cup \overline{B}$　　⑤ $n \in \overline{A} \cup B$

10 次の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ウ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

実数 a，b に関する条件 p，q，r，s を次のように定める。

$$
\begin{aligned}
p &: ab \geqq 0 \\
q &: ab \geqq a^2 \\
r &: ab \geqq b^2 \\
s &: a = b
\end{aligned}
$$

また，条件 p の否定を $\overline{p}$，条件 r の否定を $\overline{r}$ で表す。このとき

p は q であるための $\boxed{\text{ア}}$。

$\overline{p}$ は $\overline{r}$ であるための $\boxed{\text{イ}}$。

s は「q かつ r」であるための $\boxed{\text{ウ}}$。

⓪ 必要十分条件である
① 必要条件であるが，十分条件でない
② 十分条件であるが，必要条件でない
③ 必要条件でも十分条件でもない

数学 I「論理と集合」センター試験過去問 10 回分を解いて，この分野の問題を解く際に，気を付けるべきこと，注意点，反省点を振り返ってまとめておこう．

「ミスに気を付ける」のような漠然とした精神論ではなく，どのようなミスがなぜ起きたのかを分析し，再発防止のためにはどのような工夫をすればよいのかを具体的に考えよう．そこを反省することに過去問を取り組む意義がある．さらにその反省が今後，共通テストの対策をする際の指針となるであろう．

第 2 章　論理と集合　　解答

1
【2016 本】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ
③	⓪	⑤	④	①	③

2
【2016 追】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ
④	⓪	⑤	③	①	⓪

3
【2011 本】

ア	イ	ウ	エ
③	④	⑦	②

4
【2020 本】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ
②	⑤	1	2	④	③

5
【2013 本】

ア	イ，　ウ	エ
①	①，　④	②

6
【2019 本】

ア	イ	ウ	エ	オ
⓪	②	⓪	②	③

7
【2017 本】

ア	イ	ウ	エ	オ
⓪	③	③	①	②

8
【2015 追】

ア	イ	ウ	エ
②	2	2	3

9
【2019 追】

ア	イ	ウ	エ	オ
⑤	②	4	⓪	①

10
【2010 追】

ア	イ	ウ
①	②	⓪