単元別数学集中特訓
センター試験 IA 過去問活用

共通テストへの橋渡しとして

吉田 大悟

目次

前書き この冊子は数学 I・IA (データの分析を除く) のセンター試験 (共通テストの前身) 過去問を単元ごとに演習できるようにしたものであり，実際に手を動かして問題を解くこと (演習) により，基礎的な概念の確認および基本手法の定着を目的とする問題集である．センター試験の過去問から各単元の良問を 10 題ずつ厳選し，学習効果の高い順に配置している．前から順に取り組んでいくことで確実に実力がつくように作成されている．同じ単元ばかり続けて取り組んでいると飽きてくるかもしれない．その場合には，各単元の $\boxed{1}$ を先にやり，次に各単元の $\boxed{2}$ をやり，その次に $\boxed{3}$ をやり … という使い方もできる．取り組み方も各自で工夫していただきたい．

共通テストのような設定の問題に対応していくためにも，まずはこの冊子レベルの完全習得が前提となる．共通テストのための勉強への橋渡しとなるような位置付けで捉えてもらえればよい．なお，数学 IIBC(ベクトル) について同様の趣旨で作成した教材は，書籍

『単元別数学集中特訓 センター試験 IIB 過去問活用』(METIS)

として刊行している．IIBC も受験で必要な受験生はこれに取り組むとよい．

データの分析 (数学 I) については，

『教科書だけでは足りない 大学入試攻略 7 日間完成 データの分析』(河合出版)

に取り組み，あとは共通テストの過去問をやっておこう．

第 1 章

数と式

1

(1) 不等式 $|2x+1| \leqq 3$ の解は $\boxed{\text{アイ}} \leqq x \leqq \boxed{\text{ウ}}$ である。

以下，a を自然数とする。

(2) 不等式

$$|2x+1| \leqq a \qquad \cdots ①$$

の解は

$$\frac{-\boxed{\text{エ}}-a}{\boxed{\text{オ}}} \leqq x \leqq \frac{-\boxed{\text{エ}}+a}{\boxed{\text{オ}}}$$

である。

(3) 不等式 ① を満たす整数 x の個数を N とする。$a=3$ のとき，$N=\boxed{\text{カ}}$ である。また，$a=4,\ 5,\ 6,\ \cdots$ と増加するとき，N が初めて $\boxed{\text{カ}}$ より大きくなるのは，$a=\boxed{\text{キ}}$ のときである。

2 a を実数とする。$9a^2-6a+1=\left(\boxed{\text{ア}}\,a-\boxed{\text{イ}}\right)^2$ である。次に

$$A=\sqrt{9a^2-6a+1}+|a+2|$$

とおくと

$$A=\sqrt{\left(\boxed{\text{ア}}\,a-\boxed{\text{イ}}\right)^2}+|a+2|$$

である。

次の三つの場合に分けて考える。

- $a>\dfrac{1}{3}$ のとき，$A=\boxed{\text{ウ}}\,a+\boxed{\text{エ}}$ である。
- $-2\leqq a\leqq\dfrac{1}{3}$ のとき，$A=\boxed{\text{オカ}}\,a+\boxed{\text{キ}}$ である。
- $a<-2$ のとき，$A=-\boxed{\text{ウ}}\,a-\boxed{\text{エ}}$ である。

(1) $a=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$ のとき，$A=\sqrt{\boxed{\text{ク}}}+\boxed{\text{ケ}}$ である。

(2) $-2\leqq a\leqq\dfrac{1}{3}$ のとき，A のとり得る値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\leqq A\leqq\boxed{\text{シ}}$$

である。

(3) $A=2a+13$ となる a の値は

$$\boxed{\text{ス}},\quad\frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$$

である。

3 x は正の実数で，$x^2+\dfrac{4}{x^2}=9$ を満たすとする。このとき

$$\left(x+\frac{2}{x}\right)^2=\boxed{\text{アイ}}$$

であるから，$x+\dfrac{2}{x}=\sqrt{\boxed{\text{アイ}}}$ である。さらに

$$x^3+\frac{8}{x^3}=\left(x+\frac{2}{x}\right)\left(x^2+\frac{4}{x^2}-\boxed{\text{ウ}}\right)$$
$$=\boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オカ}}}$$

である。また

$$x^4+\frac{16}{x^4}=\boxed{\text{キク}}$$

である。

また，$\left(x-\dfrac{2}{x}\right)^2=\boxed{\text{ケ}}$ である。$x-\dfrac{2}{x}<0$ のときは $x-\dfrac{2}{x}=-\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ であり，したがって，このとき

$$x=\frac{\sqrt{\boxed{\text{コサ}}}-\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

4

(1) x を実数とし

$$A = x(x+1)(x+2)(5-x)(6-x)(7-x)$$

とおく。整数 n に対して

$$(x+n)(n+5-x) = x(5-x)+n^2+\boxed{\text{ア}}\,n$$

であり，したがって，$X = x(5-x)$ とおくと

$$A = X\left(X+\boxed{\text{イ}}\right)\left(X+\boxed{\text{ウエ}}\right)$$

と表せる。

$x = \dfrac{5+\sqrt{17}}{2}$ のとき，$X = \boxed{\text{オ}}$ であり，$A = 2^{\boxed{\text{カ}}}$ である。

(2) 実数 x が

$$(x+1)(x+2)(6-x)(7-x) = -16$$

を満たすとき，$x(5-x) = \boxed{\text{キクケ}}$ である。したがって，このとき

$$x = \frac{\boxed{\text{コ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{サシ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

5 $(19+5\sqrt{13})(19-5\sqrt{13})=$ $\boxed{\text{アイ}}$ であるから，$19-5\sqrt{13}$ は正の実数である。$19+5\sqrt{13}$ の正の平方根を α とし，$19-5\sqrt{13}$ の正の平方根を β とする。このとき

$$\alpha^2+\beta^2=\boxed{\text{ウエ}},\qquad \alpha\beta=\boxed{\text{オ}}$$

であり

$$(\alpha+\beta)^2=\boxed{\text{カキ}},\qquad (\alpha-\beta)^2=\boxed{\text{クケ}}$$

である。したがって

$$\alpha=\frac{\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}+\sqrt{\boxed{\text{シス}}}}{\boxed{\text{セ}}},\qquad \beta=\frac{\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}-\sqrt{\boxed{\text{シス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。

このとき，$\alpha-\beta>n$ を満たす最大の整数 n は $\boxed{\text{ソ}}$ である。
$\alpha\beta=\boxed{\text{オ}}$ に注意すると，$\beta<x<\alpha$ を満たす整数 x は全部で $\boxed{\text{タ}}$ 個あることがわかる。

6

(1) $k=\dfrac{6}{\sqrt{3}+1}$ とする。分母を有理化すると

$$k=\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}-\boxed{\text{ウ}}$$

となる。また，k の整数部分は $\boxed{\text{エ}}$ である。

(2) x に関する不等式

$$6 \geqq \left|(\sqrt{3}+1)x-12\right|$$

を解くと

$$\boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}-\boxed{\text{キ}} \leqq x \leqq \boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}-\boxed{\text{コ}}$$

となり，この不等式を満たす整数は全部で $\boxed{\text{サ}}$ 個ある。

(3) a を正の実数とし，x に関する不等式

$$a \geqq \left|(\sqrt{3}+1)x-12\right|$$

を考える。この不等式を満たす整数がちょうど 1 個になるとき，その整数は $\boxed{\text{シ}}$ であり，そのときの a のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{スセ}}\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}+\boxed{\text{タ}} \leqq a < \boxed{\text{チ}}\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}-\boxed{\text{テ}}$$

である。

7 a を実数とする。x の関数

$$f(x) = (1+2a)(1-x)+(2-a)x$$

を考える。

$$f(x) = \left(-\boxed{\text{ア}}\,a+\boxed{\text{イ}}\right)x+2a+1$$

である。

(1) $0 \leqq x \leqq 1$ における $f(x)$ の最小値は,

$a \leqq \dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ア}}}$ のとき, $\boxed{\text{ウ}}\,a+\boxed{\text{エ}}$ であり,

$a > \dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ア}}}$ のとき, $\boxed{\text{オ}}\,a+\boxed{\text{カ}}$ である。

(2) $0 \leqq x \leqq 1$ において，常に $f(x) \geqq \dfrac{2(a+2)}{3}$ となる a の値の範囲は, $\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \leqq a \leqq \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$

である。

(3) $0 \leqq x \leqq 1$ における $f(x)$ の最小値を $g(a)$ とおき，a の関数と考える。

a が $\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \leqq a \leqq \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ の範囲にあるとき，$g(a)$ の最小値は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ であり，$g(a)$ の最大値は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。

8

(1) a を正の実数とする。$\dfrac{1}{4}a^2+a+1=\left(\dfrac{1}{\boxed{\text{ア}}}a+1\right)^2$ であり，また

$$0<a+1<\frac{1}{4}a^2+a+1$$

であるので

$$\sqrt{a+1}<\frac{1}{\boxed{\text{ア}}}a+1 \qquad \cdots ①$$

となる。

(2) 2 次不等式 $\left(\dfrac{12}{25}a+1\right)^2<a+1$ を解くと，$0<a<\dfrac{\boxed{\text{イウ}}}{\boxed{\text{エオカ}}}$ となる。

よって，$0<a<\dfrac{\boxed{\text{イウ}}}{\boxed{\text{エオカ}}}$ のとき

$$\frac{12}{25}a+1<\sqrt{a+1} \qquad \cdots ②$$

が成り立つ。

(3) (1) と (2) の結果を用いて，$\sqrt{17}$ のおよその値を求める。

$\dfrac{\sqrt{17}}{4}=\sqrt{\dfrac{1}{\boxed{\text{キク}}}+1}$ である。$a=\dfrac{1}{\boxed{\text{キク}}}$ を ① に代入すると $\dfrac{\sqrt{17}}{4}<\dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ となり，② に代入すると $\dfrac{\boxed{\text{スセソ}}}{\boxed{\text{タチツ}}}<\dfrac{\sqrt{17}}{4}$ となる。

したがって

$$\frac{m}{200}<\sqrt{17}<\frac{m+1}{200} \qquad \cdots ③$$

を満たす自然数 m は $\boxed{\text{テトナ}}$ である。

③ より $\sqrt{17}$ の小数第 3 位を四捨五入すると，4.$\boxed{\text{ニヌ}}$ となる。

9

(1) 下の $\boxed{\text{ア}}$ には，下の ⓪ ～ ③ のうちから当てはまるものを一つ選べ。

⓪ $>$　　① $<$　　② $\geqq$　　③ $\leqq$

1 次不等式 $(5-\sqrt{31})x+12<0$ の解は

$$x \ \boxed{\text{ア}}\ \boxed{\text{イウ}}+\boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オカ}}}$$

である。

(2) $\sqrt{21}$ の整数部分は $\boxed{\text{キ}}$ である。
$\sqrt{21}$，$\sqrt{23}$，$\sqrt{31}$ の小数部分をそれぞれ a，b，c とするとき

$$a-c=\boxed{\text{ク}}+\sqrt{21}-\sqrt{31}$$

であり

$$\left(\boxed{\text{ク}}+\sqrt{21}-\sqrt{31}\right)\left(\boxed{\text{ク}}+\sqrt{21}+\sqrt{31}\right)(9+2\sqrt{21})=\boxed{\text{ケ}}$$

となる。

次の $\boxed{\text{コ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑤ のうちから一つ選べ。

$\boxed{\text{コ}}$ が成り立つ。

⓪ $a<b<c$　　① $b<c<a$　　② $c<a<b$
③ $a<c<b$　　④ $c<b<a$　　⑤ $b<a<c$

10 $\alpha = \dfrac{4}{4-\sqrt{7}}$ とする。α の分母を有理化すると

$$\alpha = \frac{\boxed{アイ}+\boxed{ウ}\sqrt{\boxed{エ}}}{\boxed{オ}} \qquad \cdots①$$

となる。

また，r を有理数とし

$$\beta = \frac{9-(r^2-3r)\sqrt{7}}{5}$$

とする。

(1) 一般に，$\sqrt{7}$ が無理数であることから，有理数 p，q に対して

$$p+q\sqrt{7}=0 \iff p=q=\boxed{カ}$$

が成り立つ。

(2) $\alpha-\beta$ が有理数ならば，r は

$$\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{オ}}+\frac{r^2-3r}{\boxed{キ}}=0$$

を満たす。このとき

$$r=\frac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}} \quad \text{または} \quad r=\frac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}$$

である。ただし，$\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$ と $\dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}$ の解答の順序は問わない。

(3) $\dfrac{\alpha}{\beta}$ が有理数ならば，①の右辺の分子はある有理数 s を用いて

$$\boxed{アイ}+\boxed{ウ}\sqrt{\boxed{エ}}=s\left\{\boxed{シ}-(r^2-3r)\sqrt{7}\right\}$$

と表される。このとき，$r=\dfrac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}$ であり，$\dfrac{\alpha}{\beta}=\dfrac{\boxed{ソタ}}{\boxed{チツ}}$ である。

数学 I「数と式」センター試験過去問 10 回分を解いて，この分野の問題を解く際に，気を付けるべきこと，注意点，反省点を振り返ってまとめておこう．

「計算ミスに気を付ける」のような漠然とした精神論ではなく，どのような計算ミスがなぜ起きたのかを分析し，再発防止のためにはどのような工夫をすればよいのかを具体的に考えよう．そこを反省することに過去問を取り組む意義がある．さらにその反省が今後，共通テストの対策をする際の指針となるであろう．

第1章　数と式　　解答

1
【2012 本】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ
−	2	1	1	2	4	5

2
【2019 本】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ	ソ	タ
3	1	4	1	−	2	3	2	1	7	3	7	6	−	7	3

3
【2017 本】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス
1	3	2	7	1	3	7	3	5	1	3	5	2

4
【2018 本】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス
5	6	1	4	2	8	−	1	0	5	6	5	2

5
【2020 追】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ	ソ	タ
3	6	3	8	6	5	0	2	6	5	2	2	6	2	5	6

6
【2017 追】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ	テ
3	3	3	2	3	3	3	9	3	9	4	4	−	4	3	8	5	3	7

7
【2016 本】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ
3	1	2	1	−	2	1	4	2	5	3	2	5	3

8
【2012 本】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ	テ	ト	ナ	ニ	ヌ
2	2	5	1	4	4	1	6	3	3	3	2	1	0	3	1	0	0	8	2	4	1	2

9
【2016 追】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ
⓪	1	0	2	3	1	4	1	3	②

10
【2018 追】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ
1	6	4	7	9	0	5	4	3	5	3	9	3	2	8	0	8	1

第 2 章

論理と集合

1

(1) A を有理数全体の集合，B を無理数全体の集合とする。空集合を $\varnothing$ と表す。
次の (i) ～ (iv) が真の命題になるように，$\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{エ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑤ のうちから一つ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

(i) $A\ \boxed{\text{ア}}\ \{0\}$　　(ii) $\sqrt{28}\ \boxed{\text{イ}}\ B$

(iii) $A=\{0\}\ \boxed{\text{ウ}}\ A$　　(iv) $\varnothing=A\ \boxed{\text{エ}}\ B$

⓪ $\in$　① $\ni$　② $\subset$　③ $\supset$　④ $\cap$　⑤ $\cup$

(2) 実数 x に対する条件 p，q，r を次のように定める。

p ：x は無理数
q ：$x+\sqrt{28}$ は有理数
r ：$\sqrt{28}x$ は有理数

次の $\boxed{\text{オ}}$，$\boxed{\text{カ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

p は q であるための $\boxed{\text{オ}}$。

p は r であるための $\boxed{\text{カ}}$。

⓪ 必要十分条件である　① 必要条件であるが，十分条件ではない
② 十分条件であるが，必要条件ではない　③ 必要条件でも十分条件でもない

2　実数 x について

命題 A：「$x^2 > 2$ または $x^3 > 0$」ならば「$x > 2$」

を考える。

(1) 次の ア ～ エ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑤ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

命題 A の逆，対偶を考えると次のようになる。

逆：「 ア 」ならば「 イ 」

対偶：「 ウ 」ならば「 エ 」

⓪ $x^2 > 2$ または $x^3 > 0$　① $x^2 > 2$ かつ $x^3 > 0$　② $x^2 \leqq 2$ または $x^3 \leqq 0$
③ $x^2 \leqq 2$ かつ $x^3 \leqq 0$　④ $x > 2$　⑤ $x \leqq 2$

(2) 次の オ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑥ のうちから一つ選べ。

命題 A とその逆，対偶のうち， オ が真である。

⓪ 命題 A のみ　① 命題 A の逆のみ
② 命題 A の対偶のみ　③ 命題 A とその対偶の二つのみ
④ 命題 A とその逆の二つのみ　⑤ 命題 A の逆と命題 A の対偶の二つのみ
⑥ 三つすべて

(3) 次の カ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

実数 x についての条件「$x^2 > 2$ または $x^3 > 0$」は，「$x > 2$」であるための カ 。

⓪ 必要条件であるが，十分条件ではない　① 十分条件であるが，必要条件ではない
② 必要十分条件である　③ 必要条件でも十分条件でもない

3 実数 a，b に関する条件 p，q を次のように定める。

$$p\ :\ (a+b)^2+(a-2b)^2<5$$
$$q\ :\ |a+b|<1 \text{ または } |a-2b|<2$$

(1) 次の ⓪ ～ ③ のうち，命題「$q \Longrightarrow p$」に対する反例になっているのは $\boxed{\text{ア}}$ である。

⓪ $a=0,\ b=0$　① $a=1,\ b=0$　② $a=0,\ b=1$　③ $a=1,\ b=1$

(2) 命題「$p \Longrightarrow q$」の対偶は「$\boxed{\text{イ}} \Longrightarrow \boxed{\text{ウ}}$」である。

$\boxed{\text{イ}}$，$\boxed{\text{ウ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ⑦ のうちから一つずつ選べ。

⓪ $|a+b|<1$ かつ $|a-2b|<2$　① $(a+b)^2+(a-2b)^2<5$
② $|a+b|<1$ または $|a-2b|<2$　③ $(a+b)^2+(a-2b)^2\leqq 5$
④ $|a+b|\geqq 1$ かつ $|a-2b|\geqq 2$　⑤ $(a+b)^2+(a-2b)^2>5$
⑥ $|a+b|\geqq 1$ または $|a-2b|\geqq 2$　⑦ $(a+b)^2+(a-2b)^2\geqq 5$

(3) p は q であるための $\boxed{\text{エ}}$。

$\boxed{\text{エ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

⓪ 必要十分条件である
① 必要条件であるが，十分条件ではない
② 十分条件であるが，必要条件ではない
③ 必要条件でも十分条件でもない

4　自然数 n に関する三つの条件 p，q，r を次のように定める。

p ：n は 4 の倍数である
q ：n は 6 の倍数である
r ：n は 24 の倍数である

条件 p，q，r の否定をそれぞれ $\overline{p}$, $\overline{q}$, $\overline{r}$ で表す。条件 p を満たす自然数全体の集合を P とし，条件 q を満たす自然数全体の集合を Q とし，条件 r を満たす自然数全体の集合を R とする。

自然数全体の集合を全体集合とし，集合 P，Q，R の補集合をそれぞれ $\overline{P}$，$\overline{Q}$，$\overline{R}$ で表す。

(1) 次の $\boxed{\text{ア}}$ ，$\boxed{\text{イ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑤ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

$32 \in$ $\boxed{\textbf{ア}}$ である。また，$50 \in$ $\boxed{\textbf{イ}}$ である。

⓪ $P \cap Q \cap R$　　① $P \cap Q \cap \overline{R}$　　② $P \cap \overline{Q}$
③ $\overline{P} \cap Q$　　④ $\overline{P} \cap \overline{Q} \cap R$　　⑤ $\overline{P} \cap \overline{Q} \cap \overline{R}$

(2) 次の $\boxed{\text{オ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ④ のうちから一つ選べ。

$P \cap Q$ に属する自然数のうち最小のものは $\boxed{\textbf{ウエ}}$ である、また，$\boxed{\text{ウエ}}$ $\boxed{\textbf{オ}}$ R である。

⓪ $=$　　① $\subset$　　② $\supset$　　③ $\in$　　④ $\notin$

(3) 次の $\boxed{\text{カ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

自然数 $\boxed{\text{ウエ}}$ は，命題 $\boxed{\textbf{カ}}$ の反例である。

⓪「$(p$ かつ $q) \Longrightarrow \overline{r}$」　　①「$(p$ または $q) \Longrightarrow \overline{r}$」
②「$r \Longrightarrow (p$ かつ $q)$」　　③「$(p$ かつ $q) \Longrightarrow r$」

5 三角形に関する条件 p，q，r を次のように定める。

p ： 三つの内角がすべて異なる
q ： 直角三角形でない
r ： 45°の内角は一つもない

条件 p の否定を $\overline{p}$ で表し，同様に $\overline{q}$，$\overline{r}$ はそれぞれ条件 q，r の否定を表すものとする。

(1) 命題「$r \Longrightarrow (p$ または $q)$」の対偶は「 **ア** $\Longrightarrow \overline{r}$」である。

ア に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

⓪ $(p$ かつ $q)$　　① $(\overline{p}$ かつ $\overline{q})$
② $(\overline{p}$ または $q)$　　③ $(\overline{p}$ または $\overline{q})$

(2) 下の ⓪ ～ ④ のうち，命題「$(p$ または $q) \Longrightarrow r$」に対する反例となっている三角形は **イ** と **ウ** である。

イ と ウ に当てはまるものを，⓪ ～ ④ のうちから一つずつ選べ。
ただし， イ と ウ の解答の順序は問わない。

⓪ 直角二等辺三角形
① 内角が 30°，45°，105°の三角形
② 正三角形
③ 三辺の長さが 3，4，5 の三角形
④ 頂角が 45°の二等辺三角形

(3) r は $(p$ または $q)$ であるための **エ** 。

エ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

⓪ 必要十分条件である
① 必要条件であるが，十分条件ではない
② 十分条件であるが，必要条件ではない
③ 必要条件でも十分条件でもない

6　二つの自然数 m，n に関する三つの条件 p，q，r を次のように定める。

p ： m と n はともに奇数である
q ： $3mn$ は奇数である
r ： $m+5n$ は偶数である

また，条件 p の否定を $\overline{p}$ で表す。

(1) 次の $\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ② のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

二つの自然数 m，n が条件 $\overline{p}$ を満たすとする。
このとき，m が奇数ならば n は $\boxed{ア}$。また，m が偶数ならば n は $\boxed{イ}$。

⓪ 偶数である　　① 奇数である　　② 偶数でも奇数でもよい

(2) 次の $\boxed{ウ}$，$\boxed{エ}$，$\boxed{オ}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

p は q であるための $\boxed{ウ}$。

p は r であるための $\boxed{エ}$。

$\overline{p}$ は r であるための $\boxed{オ}$。

⓪ 必要十分条件である
① 必要条件であるが，十分条件ではない
② 十分条件であるが，必要条件ではない
③ 必要条件でも十分条件でもない

7 実数 x に関する 2 つの条件 p，q を

$$p\ :\ x=1$$
$$q\ :\ x^2=1$$

とする。また，条件 p，q の否定をそれぞれ $\overline{p}$，$\overline{q}$ で表す。

(1) 次の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$，$\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つずつ選べ。
ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

q は p であるための $\boxed{\text{ア}}$。

$\overline{p}$ は q であるための $\boxed{\text{イ}}$。

$(p$ または $\overline{q})$ は q であるための $\boxed{\text{ウ}}$。

$(\overline{p}$ かつ $q)$ は q であるための $\boxed{\text{エ}}$。

⓪ 必要条件だが十分条件でない
① 十分条件だが必要条件でない
② 必要十分条件である
③ 必要条件でも十分条件でもない

(2) 実数 x に関する条件 r を

$$r\ :\ x>0$$

とする。次の $\boxed{\text{オ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑦ のうちから一つ選べ。

3 つの命題

A：「$(p$ かつ $q) \Longrightarrow r$」
B：「$q \Longrightarrow r$」
C：「$\overline{q} \Longrightarrow \overline{p}$」

の真偽について正しいものは $\boxed{\text{オ}}$ である。

⓪ A は真，B は真，C は真
① A は真，B は真，C は偽
② A は真，B は偽，C は真
③ A は真，B は偽，C は偽
④ A は偽，B は真，C は真
⑤ A は偽，B は真，C は偽
⑥ A は偽，B は偽，C は真
⑦ A は偽，B は偽，C は偽

8　a を正の実数とし，実数 x に関する条件 p，q，r を次のように定める。

$$p\ :\ (x-2\sqrt{3})(x-\sqrt{11})>0$$
$$q\ :\ x<a \text{ または } x>\frac{\sqrt{11}}{2}a$$
$$r\ :\ x \text{ は整数である}$$

(1) 次の $\boxed{\text{ア}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

p は r であるための $\boxed{\text{ア}}$。

⓪ 必要十分条件である
① 十分条件であるが，必要条件ではない
② 必要条件であるが，十分条件ではない
③ 必要条件でも十分条件でもない

(2) 条件 p の否定を $\overline{p}$，q の否定を $\overline{q}$ と表し

$$A=\left\{x \,\middle|\, x \text{ は } \overline{p} \text{ を満たす}\right\}$$
$$B=\left\{x \,\middle|\, x \text{ は } \overline{q} \text{ を満たす}\right\}$$

と定める。$A\cap B$ が空集合でないための必要十分条件は

$$\boxed{\text{イ}} \leqq a \leqq \boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$$

が成り立つことである。

9 c を 4 以上の整数とする。整数 n に関する二つの条件 p，q を次のように定める。

$$p : n^2 - 8n + 15 = 0$$
$$q : n > 2 \text{ または } n < c$$

(1) 次の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑤ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

命題「$p \Longrightarrow q$」の逆は「$\boxed{\textbf{ア}}$」である。
また，命題「$p \Longrightarrow q$」の対偶は「$\boxed{\textbf{イ}}$」である。

⓪ $n^2 - 8n + 15 \neq 0 \Longrightarrow (n \leqq 2 \text{ または } n \geqq c)$
① $n^2 - 8n + 15 \neq 0 \Longrightarrow (n \leqq 2 \text{ かつ } n \geqq c)$
② $(n \leqq 2 \text{ または } n \geqq c) \Longrightarrow n^2 - 8n + 15 \neq 0$
③ $(n > 2 \text{ かつ } n < c) \Longrightarrow n^2 - 8n + 15 \neq 0$
④ $(n \leqq 2 \text{ または } n \geqq c) \Longrightarrow n^2 - 8n + 15 = 0$
⑤ $(n > 2 \text{ かつ } n < c) \Longrightarrow n^2 - 8n + 15 = 0$

(2) 整数 c が 5 以上のとき，p は q であるための**必要条件ではない**。なぜならば，整数 c が 5 以上のとき，整数 $n = \boxed{\textbf{ウ}}$ はつねに命題「$q \Longrightarrow p$」の反例となるからである。

(3) 次の $\boxed{\text{エ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

整数 c が $\boxed{\textbf{エ}}$ を満たすとき，p は q であるための**十分条件ではない**。

⓪ $c = 4$　　① $c > 5$　　② $c = 6$　　③ $c > 7$

(4) 整数全体の集合を全体集合とし，その部分集合 A，B を

$$A = \{k \mid k > 2\}, \qquad B = \{k \mid k \geqq c\}$$

と定める。集合 A，B の補集合をそれぞれ $\overline{A}$，$\overline{B}$ で表す。

次の $\boxed{\text{オ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑤ のうちから一つ選べ。

整数 n に関する次の条件のうち，q と同値である条件は $\boxed{\textbf{オ}}$ である。

⓪ $n \in A \cap B$　　① $n \in A \cap \overline{B}$　　② $n \in \overline{A} \cap B$
③ $n \in A \cup B$　　④ $n \in A \cup \overline{B}$　　⑤ $n \in \overline{A} \cup B$

10 次の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ウ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

実数 a，b に関する条件 p，q，r，s を次のように定める。

$$
\begin{aligned}
p &: ab \geqq 0 \\
q &: ab \geqq a^2 \\
r &: ab \geqq b^2 \\
s &: a = b
\end{aligned}
$$

また，条件 p の否定を $\overline{p}$，条件 r の否定を $\overline{r}$ で表す。このとき

p は q であるための $\boxed{\text{ア}}$。

$\overline{p}$ は $\overline{r}$ であるための $\boxed{\text{イ}}$。

s は「q かつ r」であるための $\boxed{\text{ウ}}$。

⓪ 必要十分条件である
① 必要条件であるが，十分条件でない
② 十分条件であるが，必要条件でない
③ 必要条件でも十分条件でもない

数学 I「論理と集合」センター試験過去問 10 回分を解いて，この分野の問題を解く際に，気を付けるべきこと，注意点，反省点を振り返ってまとめておこう．

「ミスに気を付ける」のような漠然とした精神論ではなく，どのようなミスがなぜ起きたのかを分析し，再発防止のためにはどのような工夫をすればよいのかを具体的に考えよう．そこを反省することに過去問を取り組む意義がある．さらにその反省が今後，共通テストの対策をする際の指針となるであろう．

第 2 章　論理と集合　　解答

1
【2016 本】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ
③	⓪	⑤	④	①	③

2
【2016 追】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ
④	⓪	⑤	③	①	⓪

3
【2011 本】

ア	イ	ウ	エ
③	④	⑦	②

4
【2020 本】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ
②	⑤	1	2	④	③

5
【2013 本】

ア	イ，ウ	エ
①	①，④	②

6
【2019 本】

ア	イ	ウ	エ	オ
⓪	②	⓪	②	③

7
【2017 本】

ア	イ	ウ	エ	オ
⓪	③	③	①	②

8
【2015 追】

ア	イ	ウ	エ
②	2	2	3

9
【2019 追】

ア	イ	ウ	エ	オ
⑤	②	4	⓪	①

10
【2010 追】

ア	イ	ウ
①	②	⓪

第 3 章

２次関数

1 c を実数とし，x の 2 次関数 $f(x)$ を

$$f(x)=x^2-2cx+6-c$$

とする。

(1) 2 次関数 $y=f(x)$ のグラフの頂点は

$$\left(c,\quad \boxed{\text{ア}}\,c^2-c+\boxed{\text{イ}}\right)$$

である。$f(1) \leqq f(3)$ であるような c の値の範囲は

$$c \leqq \boxed{\text{ウ}}$$

である。

(2) $1 \leqq x \leqq 3$ における 2 次関数 $f(x)$ の最大値を M とおく。$-5<M<36$ であるような c の値の範囲は

$$-\boxed{\text{エ}}<c<\boxed{\text{オ}}$$

である。

2　a と b はいずれも 0 でない実数とする。x の方程式

$$bx^2+2(2a-b)x+b-4a+3=0 \qquad \cdots ①$$

を考える。

(1) 方程式 ① が異なる二つの実数解をもつのは

$$b<\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}a^2$$

のときである。このとき，二つの実数解は

$$x=\frac{b-\boxed{\text{ウ}}\,a\pm\sqrt{\boxed{\text{ア}}\,a^2-\boxed{\text{イ}}\,b}}{b}$$

である。

(2) $b=a^2$ とする。方程式 ① が異なる二つの実数解をもち，それらの一方が正の解で他方が負の解であるような a の値の範囲は

$$\boxed{\text{エ}}<a<\boxed{\text{オ}}$$

である。また，方程式 ① が異なる二つの実数解をもち，それらがいずれも正の解であるような a の値の範囲は

$$a<\boxed{\text{カ}},\quad a>\boxed{\text{キ}}$$

である。

3 a と b はともに正の実数とする。x の 2 次関数

$$y=x^2+(2a-b)x+a^2+1$$

のグラフを G とする。

(1) グラフ G の頂点の座標は

$$\left(\frac{b}{\boxed{\text{ア}}}-a,\quad -\frac{b^2}{\boxed{\text{イ}}}+ab+\boxed{\text{ウ}}\right)$$

である。

(2) グラフ G が x 軸と共有点をもつとき，b のとり得る値の範囲は

$$b \geqq \boxed{\text{エ}}\,a+\boxed{\text{オ}}\sqrt{a^2+\boxed{\text{カ}}}$$

である。

(3) グラフ G が x 軸に接し，かつ $a=\sqrt{3}$ のとき

$$b=\boxed{\text{キ}}+\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$$

であり，グラフ G と x 軸との接点の x 座標は $\boxed{\text{コ}}$ である。このとき，$0 \leqq x \leqq \sqrt{3}$ において，y の最大値は $\boxed{\text{サ}}$ であり，y の最小値は

$$\boxed{\text{シ}}-\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}$$

である。

(4) グラフ G が点 $(-1,\ 6)$ を通るとき，b のとり得る値の最大値は $\boxed{\text{ソ}}$ であり，そのときの a の値は $\boxed{\text{タ}}$ である。
$b=\boxed{\text{ソ}}$，$a=\boxed{\text{タ}}$ のとき，グラフ G は 2 次関数 $y=x^2$ のグラフを x 軸方向に $\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$，$y$ 軸方向に $\dfrac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ だけ平行移動したものである。

4　a を正の実数とし

$$f(x)=ax^2-2(a+3)x-3a+21$$

とする。2 次関数 $y=f(x)$ のグラフの頂点の x 座標を p とおくと

$$p=\boxed{\text{ア}}+\frac{\boxed{\text{イ}}}{a}$$

である。

(1) $0\leqq x\leqq 4$ における関数 $y=f(x)$ の最小値が $f(4)$ となるような a の値の範囲は

$$0<a\leqq\boxed{\text{ウ}}$$

である。

また，$0\leqq x\leqq 4$ における関数 $y=f(x)$ の最小値が $f(p)$ となるような a の値の範囲は

$$\boxed{\text{エ}}\leqq a$$

である。

したがって，$0\leqq x\leqq 4$ における関数 $y=f(x)$ の最小値が 1 であるのは

$$a=\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\quad\text{または}\quad a=\frac{\boxed{\text{キ}}+\sqrt{\boxed{\text{クケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

のときである。

(2) 関数 $y=f(x)$ のグラフが x 軸と異なる 2 点で交わるのは

$$0<a<\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}\quad\text{または}\quad\boxed{\text{ス}}<a$$

のときである。この二つの交点の間の距離を L とする。$2<L<4$ となるような a の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}<a<\frac{\boxed{\text{タ}}-\sqrt{\boxed{\text{チツ}}}}{\boxed{\text{テ}}},\qquad\frac{\boxed{\text{ト}}+\sqrt{\boxed{\text{ナニ}}}}{\boxed{\text{ヌ}}}<a$$

である。

5 座標平面上にある点 P は，点 A$(-8,\ 8)$ から出発して，直線 $y=-x$ 上を x 座標が 1 秒あたり 2 増加するように一定の速さで動く．また，同じ座標平面上にある点 Q は，点 P が A を出発すると同時に原点 O から出発して，直線 $y=10x$ 上を x 座標が 1 秒あたり 1 増加するように一定の速さで動く．出発してから t 秒後の 2 点 P，Q を考える．点 P が O に到達するのは $t=\boxed{\text{ア}}$ のときである．以下，$0<t<\boxed{\text{ア}}$ で考える．

(1) 点 P と x 座標が等しい x 軸上の点を P$'$，点 Q と x 座標が等しい x 軸上の点を Q$'$ とおく．三角形 OPP$'$ と三角形 OQQ$'$ の面積の和 S を t で表せば

$$S=\boxed{\text{イ}}\,t^2-\boxed{\text{ウエ}}\,t+\boxed{\text{オカ}}$$

となる．これより $0<t<\boxed{\text{ア}}$ においては，$t=\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ で S は最小値 $\dfrac{\boxed{\text{ケコサ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ をとる．

次に，a を $0<a<\boxed{\text{ア}}-1$ を満たす定数とする．以下，$a\leqq t\leqq a+1$ における S の最小・最大について考える．

(i) S が $t=\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ で最小となるような a の値の範囲は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}\leqq a\leqq\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である．

(ii) S が $t=a$ で最大となるような a の値の範囲は $0<a\leqq\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ である．

(2) 3 点 O，P，Q を通る 2 次関数のグラフが関数 $y=2x^2$ のグラフを平行移動したものになるのは，$t=\dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ のときであり，x 軸方向に $\dfrac{\boxed{\text{ニヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$，$y$ 軸方向に $\dfrac{\boxed{\text{ノハヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}$ だけ平行移動すればよい．

6　a，b，c を定数とし，$a \neq 0$，$b \neq 0$ とする。x の 2 次関数

$$y = ax^2 + bx + c \qquad \cdots ①$$

のグラフを G とする。G が $y = -3x^2 + 12bx$ のグラフと同じ軸をもつとき

$$a = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}} \qquad \cdots ②$$

となる。さらに，G が点 $(1,\ 2b-1)$ を通るとき

$$c = b - \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} \qquad \cdots ③$$

が成り立つ。以下，② ，③ のとき，2 次関数 ① とそのグラフ G を考える。

(1) G と x 軸が異なる 2 点で交わるような b の値の範囲は

$$b < \frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}},\quad \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} < b$$

である。さらに，G と x 軸の正の部分が異なる 2 点で交わるような b の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} < b < \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。

(2) $b > 0$ とする。$0 \leqq x \leqq b$ における 2 次関数 ① の最小値が $-\frac{1}{4}$ であるとき，$b = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。一方，$x \geqq b$ における 2 次関数 ① の最大値が 3 であるとき，$b = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

$b = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$，$b = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ のときの ① のグラフをそれぞれ G_1，G_2 とする。G_1 を x 軸方向に $\boxed{\text{テ}}$，y 軸方向に $\boxed{\text{ト}}$ だけ平行移動すれば，G_2 と一致する。

7 a は定数とする。

(1) $f(x)=(x-3a^2-5a)^2-(3a^2-4)^2$ とおく。このとき

$$f(x)=\left(x-5a-\boxed{\text{ア}}\right)\left(x-\boxed{\text{イ}}a^2-5a+\boxed{\text{ウ}}\right)$$

である。したがって，2 次関数 $y=f(x)$ のグラフが原点を通るのは，a の値が小さい方から

$$a=-\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}},\quad -\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}},\quad \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

のときである。

(2) $g(x)=x^2-2(3a^2+5a)x+18a^4+30a^3+49a^2+16$ とおく。2 次関数 $y=g(x)$ のグラフの頂点は

$$\left(\boxed{\text{コ}}a^2+\boxed{\text{サ}}a\,,\quad \boxed{\text{シ}}a^4+\boxed{\text{スセ}}a^2+\boxed{\text{ソタ}}\right)$$

である。a が実数全体を動くとき，頂点の x 座標の最小値は $-\dfrac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テト}}}$ である。次に，$t=a^2$ とおくと，頂点の y 座標は

$$\boxed{\text{シ}}t^2+\boxed{\text{スセ}}t+\boxed{\text{ソタ}} \qquad \cdots ①$$

と表せる。したがって，a が実数全体を動くとき，頂点の y 座標の最小値は $\boxed{\text{ナニ}}$ である。また，上の式 ① は

$$\left(\boxed{\text{ヌ}}t+\boxed{\text{ネ}}\right)^2$$

と変形できる。頂点の y 座標が 10000 以下になる a の値の範囲は

$$\boxed{\text{ノハ}}\sqrt{\boxed{\text{ヒ}}}\leqq a\leqq\boxed{\text{フ}}\sqrt{\boxed{\text{ヘ}}}$$

である。

8 a を定数とし，次の 2 つの関数を考える。

$$f(x)=(1-2a)x^2+2x-a-2$$
$$g(x)=(a+1)x^2+ax-1$$

(1) 関数 $y=g(x)$ のグラフが直線になるのは，$a=\boxed{\text{アイ}}$ のときである。このとき，関数 $y=f(x)$ のグラフと x 軸との交点の x 座標は $\boxed{\text{ウエ}}$ と $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

(2) 関数 $y=f(x)$ のグラフと $y=g(x)$ のグラフが平行移動によって重なるのは，$a=\boxed{\text{キ}}$ のときである。このとき，関数 $y=g(x)$ のグラフは関数 $y=f(x)$ のグラフを x 軸方向に $\boxed{\text{ク}}$，y 軸方向に $\boxed{\text{ケ}}$ だけ平行移動したものになっている。

(3) 方程式 $f(x)+g(x)=0$ がただ 1 つの実数解をもつのは，a の値が

$$\pm\frac{\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サシ}}}}{\boxed{\text{ス}}},\quad \boxed{\text{セ}}$$

のときである。

(4) 不等式

$$f(x)+g(x)\geqq -2ax^2+5(a+2)x+a^2-6$$

を満たす x の値の範囲は,

$a=\boxed{\text{ソタ}}$ のとき $1\leqq x\leqq 3$ となり,

$a=\boxed{\text{チツ}}$ のとき $x\leqq 1,\ 3\leqq x$ となる。

9 a，b，c を定数とし，$a > 0$ とする．x の 2 次関数

$$y = ax^2 + bx + c$$

のグラフを G とし，グラフ G は x 軸より上側にあるものとする．

(1) x 軸上に 3 点

$$\mathrm{P}_1(2,\ 0),\quad \mathrm{P}_2(4,\ 0),\quad \mathrm{P}_3(6,\ 0)$$

をとり，グラフ G 上に 3 点 Q_1，Q_2，Q_3 を

点 Q_1 の x 座標は 2，　Q_2 の x 座標は 4，　Q_3 の x 座標は 6

であるようにとる．

台形 $\mathrm{P_1P_2Q_2Q_1}$ の面積を S_1，台形 $\mathrm{P_1P_3Q_3Q_1}$ の面積を S_2 とするとき，

$$S_1 = 2\left(\boxed{\text{アイ}}\,a + \boxed{\text{ウ}}\,b + c\right),$$

$$S_2 = 4\left(\boxed{\text{エオ}}\,a + \boxed{\text{カ}}\,b + c\right)$$

である．

三角形 $\mathrm{Q_1Q_2Q_3}$ の面積が 16 であるとき

$$a = \boxed{\text{キ}}$$

である．

(2) $a = \boxed{\text{キ}}$ であり，グラフ G が点 $(-2,\ 2)$ を通るとする．グラフ G が表す放物線の頂点の座標を b を用いて表すと

$$\left(\frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}}b,\quad \frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}b^2 + \boxed{\text{セ}}\,b - \boxed{\text{ソ}}\right)$$

となる．グラフ G が x 軸より上側にあるので，b の値の範囲は

$$\boxed{\text{タ}} < b < \boxed{\text{チツ}}$$

である．さらに，関数 $y = \boxed{\text{キ}}\,x^2$ のグラフを x 軸方向に -2，y 軸方向に k だけ平行移動したグラフを H とする．グラフ H がグラフ G に重なるのは

$$b = \boxed{\text{テ}},\quad c = \boxed{\text{トナ}},\quad k = \boxed{\text{ニ}}$$

のときである．

10　a を定数とする。$f(x)=(x-a)(x-4)+4$ とおき，x の 2 次関数 $y=f(x)$ のグラフを G とする。

(1) グラフ G の頂点の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}a+\boxed{\text{ウ}},\quad \frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}a^2+\boxed{\text{キ}}a\right)$$

である。

(2) グラフ G と x 軸が共有点をもつような a の値の範囲は

$$a \leqq \boxed{\text{ク}},\quad \boxed{\text{ケ}} \leqq a$$

である。G と y 軸との交点の y 座標を k とすると，$\boxed{\text{ケ}} \leqq a$ のとき，k のとり得る値の範囲は $k \geqq \boxed{\text{コサ}}$ である。

(3) $a \geqq \boxed{\text{ケ}}$ とする。関数 $y=f(x)$ の最小値が -12 であるのは，$a=\boxed{\text{シス}}$ のときである。このとき，グラフ G と x 軸との交点の x 座標は $\boxed{\text{セ}} \pm \boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}$ である。

(4) $a \geqq 4$ とする。関数 $y=f(x)$ の $a-2 \leqq x \leqq a+2$ における最大値は $\boxed{\text{チ}}a$ であり，関数 $y=f(x)$ の $a-2 \leqq x \leqq a+2$ における最小値は

$$4 \leqq a \leqq \boxed{\text{ツ}} \text{ のとき，} \frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}a^2+\boxed{\text{キ}}a \text{ であり，}$$

$$\boxed{\text{ツ}} < a \text{ のとき，} \boxed{\text{テト}}a+\boxed{\text{ナニ}} \text{ である。}$$

数学 I「2 次関数」センター試験過去問 10 回分を解いて，この分野の問題を解く際に，気を付けるべきこと，注意点，反省点を振り返ってまとめておこう．

「ミスに気を付ける」のような漠然とした精神論ではなく，どのようなミスがなぜ起きたのかを分析し，再発防止のためにはどのような工夫をすればよいのかを具体的に考えよう．そこを反省することに過去問を取り組む意義がある．さらにその反省が今後，共通テストの対策をする際の指針となるであろう．

第 3 章　2 次関数　　解答

1
【2019 追】

ア	イ	ウ	エ	オ
–	6	2	3	4

2
【2019 追】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ
4	3	2	1	3	0	3

3
【2019 本】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ
2	4	1	2	2	1	4	2	13	2	4

シ	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ	テ	ト	ナ
7	4	3	5	1	3	2	–	1	4

4
【2018 本】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ
1	3	1	1	4	5	7	1	3	4

サ	シ	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ	テ	ト	ナ	ニ	ヌ
3	4	3	3	5	5	1	3	2	5	1	3	2

5
【2013 本】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ	ソ	タ
4	7	1	6	3	2	8	7	1	6	0	7	1	7	8	7

チ	ツ	テ	ト	ナ	ニ	ヌ	ネ	ノ	ハ	ヒ	フ
9	1	4	5	2	–	5	4	–	2	5	8

6
【2011 本】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ	テ	ト
−	1	4	3	4	−	3	2	1	2	1	2	3	4	1	2	3	2	2	3

7
【2017 本】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ	テ	ト	ナ	ニ	ヌ	ネ	ノ	ハ	ヒ	フ	ヘ
4	6	4	4	3	4	5	1	2	3	5	9	2	4	1	6	2	5	1	2	1	6	3	4	−	4	2	4	2

8
【2017 追】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ
−	1	−	1	1	3	0	1	2	2	2	1	3	2	−	3	−	1

9
【2007 追】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ	テ	ト	ナ	ニ
1	0	3	2	0	4	2	−	1	4	−	1	8	2	6	4	1	2	8	1	0	2

10
【2020 追】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ	テ	ト	ナ	ニ
1	2	2	−	1	4	2	0	8	3	6	1	2	8	2	3	2	8	−	2	1	6

第 4 章

図形と計量

1　四角形 ABCD は円に内接し，$\angle$ABC は鈍角で，$\mathrm{AB} = 2$，$\mathrm{BC} = \sqrt{6}$，$\sin\angle\mathrm{ABC} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ とする。また，線分 AC と BD は直角に交わるとする。このとき

$$\cos\angle\mathrm{ABC} = \frac{\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}, \qquad \mathrm{AC} = \boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$$

となる。円の半径は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ であり，$\sin\angle\mathrm{CAB} = \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$，$\sin\angle\mathrm{ACB} = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$ となる。また，AC と BD の交点を H とおくと，$\mathrm{DH} = \boxed{\text{スセ}}\mathrm{BH}$ である。

2 △ABC において $AB=6$，$BC=2\sqrt{7}$，$CA=4$ とする。∠A の二等分線と辺 BC との交点を D，∠A の二等分線と △ABC の外接円との点 A と異なる交点を E とする。辺 AC の延長と，2 点 B，E を通る直線の交点を P とする。

(1) $\cos\angle ABC = \dfrac{\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}}{\boxed{ウ}}$ である。

また，$\cos\angle BAC = \dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$ であるから，$\angle BAC = \boxed{カキ}^\circ$ である。

(2) 点 E から辺 BC に引いた垂線と辺 BC との交点を H とすると，

$$\angle ECH = \boxed{クケ}^\circ, \qquad \angle EBH = \boxed{コサ}^\circ$$

であるから，$HC = \sqrt{\boxed{シ}}$ である。したがって，$CE = \dfrac{\boxed{ス}\sqrt{\boxed{セソ}}}{\boxed{タ}}$ である。

(3) △ABP において

$$\angle APB = 180^\circ - \angle BAP - (\angle CBP + \angle ABC) = \boxed{チツ}^\circ - \angle ABC$$

である。したがって，$\sin\angle APB = \dfrac{\boxed{テ}\sqrt{\boxed{ト}}}{\boxed{ナ}}$ である。

(4) △ECP において，$\sin\angle CEP = \dfrac{\sqrt{\boxed{ニ}}}{\boxed{ヌ}}$ であるから，$CP = \dfrac{\boxed{ネ}}{\boxed{ノ}}$ である。

3　$\triangle$ABC において，AB $=3$，BC $=\sqrt{7}$，CA $=2$ とする。また，$\triangle$ABC の外接円の中心を O とする。このとき，$\angle$BAC $=$ $\boxed{\text{アイ}}^\circ$ であり，外接円 O の半径は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ウエ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

さらに，辺 CA の A の側の延長上に点 D を DB $=$ DC となるようにとる。$\cos\angle$BAD $=\dfrac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ であるから，AD $=$ $\boxed{\text{ケ}}$ である。よって，$\triangle$ADB の面積は $\dfrac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}$ である。

下の $\boxed{\text{ソ}}$ には，次の ⓪ ～ ④ のうちから当てはまるものを一つ選べ。

⓪ AFO　① ADF　② ABE　③ OAC　④ EBF

線分 BD と外接円 O との B 以外の交点を E とし，線分 DO と外接円 O との交点を F とする。このとき，外接円 O において $\angle$AOF $=$ $\boxed{\text{セ}}$ $\angle$ABF $=\angle$ $\boxed{\text{ソ}}$ である。したがって，4 点 B，O，A，D は同一円周上にある。この円の中心を O$'$ とすると，円 O$'$ の半径は $\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

4 △ABC において，AB = AC = 10，$\cos\angle BAC = \frac{4}{5}$ とする。辺 AB の中点を D とする。

(1) C から AB に垂線をひき，垂線と AB との交点を H とする。このとき，

AH = $\boxed{\text{ア}}$，CH = $\boxed{\text{イ}}$ であり，BC = $\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エオ}}}$，CD = $\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$ である。また ∠BCD = $\boxed{\text{クケ}}^\circ$ である。

(2) B において直線 AB に接し，C において直線 AC に接する円の中心を O とする。CD と円 O との交点のうち C と異なる方を E とする。△BDE と相似な三角形は，次の ⓪ ～ ③ のうち $\boxed{\text{コ}}$ である。

⓪ △ABC　　① △CDB　　② △CAE　　③ △ACH

したがって BE = $\dfrac{\boxed{\text{サシ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。よって AE = $\dfrac{\boxed{\text{ソタ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ であり，△ABE の面積は $\dfrac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。

AE の延長と円 O との交点のうち E と異なる方を F とするとき AF = $\boxed{\text{ニ}}\sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}$ である。

5　△ABC の辺の長さと角の大きさを測ったところ，$AB = 7\sqrt{3}$ および $\angle ACB = 60^\circ$ であった。したがって，△ABC の外接円 O の半径は $\boxed{\text{ア}}$ である。外接円 O の，点 C を含む弧 AB 上で点 P を動かす。

(1) $2PA = 3PB$ となるのは $PA = \boxed{\text{イ}}\sqrt{\boxed{\text{ウエ}}}$ のときである。

(2) △PAB の面積が最大となるのは $PA = \boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}$ のときである。

(3) $\sin\angle PBA$ の値が最大となるのは $PA = \boxed{\text{キク}}$ のときであり，このとき △PAB の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ケコ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

6 △ABC において，AB $=6$，BC $=\sqrt{21}$，AC $=3$ とする。このとき

$$\cos\angle\mathrm{BAC}=\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}},\qquad \sin\angle\mathrm{BAC}=\frac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。点 C から辺 AB に下ろした垂線を CH とするとき，AH $=\boxed{\text{オ}}$，CH $=\sqrt{\boxed{\text{カ}}}$ である。また，線分 CH 上に AH $=$ HD を満たす点 D をとるとき，AD $=\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$，CD $=\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}-\boxed{\text{コ}}$ であるから

$$\triangle\mathrm{ACD}\text{ の面積 }=\sqrt{\boxed{\text{サ}}}-\boxed{\text{シ}}$$

であり

$$\sin\angle\mathrm{CAD}=\frac{\sqrt{\boxed{\text{スセ}}}-\boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$$

である。したがって，△ACD の外接円の半径は $\dfrac{\boxed{\text{ツ}}\sqrt{\boxed{\text{テ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$ である。また，辺 AB の中点を E とし，直線 AD と辺 BC の交点を F とすると

$$\frac{\triangle\mathrm{ACF}\text{ の面積}}{\triangle\mathrm{AEF}\text{ の面積}}=\frac{\sqrt{\boxed{\text{ナ}}}-\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$$

である。

7　△ABC を AB = 8，BC = 12，CA = 10 を満たす三角形とする。辺 AB の中点を D，辺 BC の中点を E とする。このとき，$\sin\angle DBE = \dfrac{\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}}{\boxed{ウエ}}$，△DBE の面積は $\dfrac{\boxed{オカ}\sqrt{\boxed{キ}}}{\boxed{ク}}$ である。△DBE の内心を I とする。

(1) 内接円 I の半径は $\dfrac{\sqrt{\boxed{ケ}}}{\boxed{コ}}$ である。円 I と辺 BE の接点を L とすると，$BL = \dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}$ であるので，$BI = \boxed{ス}\sqrt{\boxed{セ}}$ である。

三つの線分 AD，CE，DE すべてに接する円の中心を J とする。円 J と線分 CE との接点を X，線分 DE との接点を Y，線分 AD との接点を Z とする。

(2) 直線 BX，BZ はともに点 B から円 J に引いた接線であるので，BX = BZ である。これより $EX = \dfrac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}}$ である。$\angle JBE = \dfrac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}\angle DBE$，$\angle IBE = \dfrac{\boxed{テ}}{\boxed{ト}}\angle DBE$ より $BJ = \boxed{ナ}\sqrt{\boxed{ニ}}$ である。

(3) △DBE を含む平面と垂直で，直線 BJ を含む平面を考え，この平面内にある円で，線分 BJ を直径とするものを O とする。この円 O の円周上に点 K を，BJ と KI が直交するようにとると，$KI = \boxed{ヌ}$ となるので，三角錐 KBDE の体積は $\boxed{ネ}\sqrt{\boxed{ノ}}$ となる。

8 $\triangle$ABC において，AB $= 2$，BC $= \sqrt{5}+1$，CA $= 2\sqrt{2}$ とする。また，$\triangle$ABC の外接円の中心を O とする。

(1) このとき，$\angle$ABC $= \boxed{\text{アイ}}^\circ$ であり，外接円 O の半径は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$ である。

(2) 円 O の円周上に点 D を，直線 AC に関して点 B と反対側の弧の上にとる。$\triangle$ABD の面積を S_1，$\triangle$BCD の面積を S_2 とするとき

$$\frac{S_1}{S_2} = \sqrt{5} - 1 \qquad \cdots ①$$

であるとする。$\angle$BAD $+ \angle$BCD $= \boxed{\text{カキク}}^\circ$ であるから

$$\mathrm{CD} = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\mathrm{AD}$$

となる。このとき

$$\mathrm{CD} = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}\sqrt{\boxed{\text{スセ}}}$$

である。

さらに，2 辺 AD，BC の延長の交点を E とし，$\triangle$ABE の面積を S_3，$\triangle$CDE の面積を S_4 とする。このとき

$$\frac{S_3}{S_4} = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} \qquad \cdots ②$$

である。①と②より

$$\frac{S_2}{S_4} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

となる。

9 △ABC において，$\mathrm{AB}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，$\mathrm{AC}=\dfrac{1}{3}$，$\sin\angle\mathrm{ACB}=\dfrac{3}{5}$ とする。

(1) △ABC の外接円の半径は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

$\cos\angle\mathrm{ACB}=\pm\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ であるから，$\mathrm{BC}=\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ または $\mathrm{BC}=\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

(2) 以下では $\mathrm{BC}=\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ とする。

このとき，$\tan\angle\mathrm{ACB}=\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$，$\cos\angle\mathrm{BAC}=\dfrac{\boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。

また，△ABC の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タチ}}}$ である。

△ABC の外接円の，点 A での接線と点 B での接線の交点を P とし，点 A での接線と点 C での接線の交点を Q とする。△ABC の外接円の中心を O とし，線分 OP と辺 AB の交点を R，線分 OQ と辺 AC の交点を S とする。このとき，∠AOB と ∠ACB の関係から

$$\tan\angle\mathrm{AOP}=\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}},\qquad \mathrm{AP}=\frac{\sqrt{\boxed{\text{ト}}}}{\boxed{\text{ナ}}}$$

である。また，四角形 ORAS の内角 ∠ROS については，$\cos\angle\mathrm{ROS}=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ニ}}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ である。

10 △ABC において，AB $= 2$，BC $= \sqrt{7}$，CA $= \sqrt{3}$ とする。このとき，∠BAC $= \boxed{\text{アイ}}^\circ$ であるから

$$\sin\angle\text{ABC} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ウエ}}}}{\boxed{\text{オ}}},\qquad \cos\angle\text{ABC} = \frac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

∠BAC の三等分線と辺 BC との交点を，点 B に近い方から順に，点 M，N とする。

△ABM において，点 M から辺 AB に垂線を引くと

$$\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\text{AM} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ウエ}}}}{\boxed{\text{オ}}}\text{BM}$$

であり

$$\text{AB} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}\text{AM} + \frac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}\text{BM}$$

である。よって

$$\text{AM} = \frac{\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}},\qquad \text{BM} = \frac{\boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

である。

△AMN と △ANC について，△AMN の面積は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{テ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$AN であり，△ANC の面積は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ナ}}}}{\boxed{\text{ニ}}}$AN である。

また，△AMC の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ヌ}}\sqrt{\boxed{\text{ネ}}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ であるから，AN $= \dfrac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$ である。

数学 I「図形と計量」センター試験過去問 10 回分を解いて，この分野の問題を解く際に，気を付けるべきこと，注意点，反省点を振り返ってまとめておこう．

「ミスに気を付ける」のような漠然とした精神論ではなく，どのようなミスがなぜ起きたのかを分析し，再発防止のためにはどのような工夫をすればよいのかを具体的に考えよう．そこを反省することに過去問を取り組む意義がある．さらにその反省が今後，共通テストの対策をする際の指針となるであろう．

第 4 章　図形と計量　　解答

1
【1998 本】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ
−	6	3	3	2	3	6	2	1	3	6	9	1	0

2
【2013 本】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ	ソ	タ
2	7	7	1	2	6	0	3	0	3	0	7	2	2	1	3

チ	ツ	テ	ト	ナ	ニ	ヌ	ネ	ノ
9	0	2	7	7	3	2	7	2

3
【2008 追】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ
6	0	2	1	3	−	1	2	5	1	5

シ	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ
4	3	2	②	7	3	3

4
【2009 追】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ
8	6	2	1	0	3	5	4	5	①	1	0	2	3

ソ	タ	チ	ツ	テ	ト	ナ	ニ	ヌ
1	0	5	3	5	0	3	6	5

5
【2016 本】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ
7	3	2	1	7	3	1	4	4	9	3	2

6
【2018 本】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ
2	3	5	3	2	5	2	2	5	2	5	2

ス	セ	ソ	タ	チ	ツ	テ	ト	ナ	ニ	ヌ
1	0	2	2	6	3	2	2	5	1	3

7
【2014 追】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ	ソ	タ
5	7	1	6	1	5	7	4	7	2	5	2	2	2	3	2

チ	ツ	テ	ト	ナ	ニ	ヌ	ネ	ノ
1	2	1	2	6	2	4	5	7

8
【2007 本】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ
6	0	2	3	6	1	8	0	1	2

サ	シ	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ
2	7	1	4	7	2	5	2

9
【2018 追】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ
5	6	4	5	2	1	5	2	3	3	4	–	5	5

ソ	タ	チ	ツ	テ	ト	ナ	ニ	ヌ
1	1	5	3	4	5	8	5	5

10
【2012 本】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ	ソ
9	0	2	1	7	2	7	7	1	2	3	2	4	3	5

タ	チ	ツ	テ	ト	ナ	ニ	ヌ	ネ	ノ	ハ	ヒ
2	7	5	3	5	3	4	3	3	5	4	3

第 5 章

場合の数と確率

1 袋の中に赤玉 5 個，白玉 5 個，黒玉 1 個の合計 11 個の玉が入っている。赤玉と白玉にはそれぞれ 1 から 5 までの数字が一つずつ書かれており，黒玉には何も書かれていない。なお，同じ色の玉には同じ数字は書かれていない。この袋から同時に 5 個の玉を取り出す。

5 個の玉の取り出し方は $\boxed{\text{アイウ}}$ 通りある。取り出した 5 個の中に同じ数字の赤玉と白玉の組が 2 組あれば得点は 2 点，1 組だけあれば得点は 1 点，1 組もなければ得点は 0 点とする。

(1) 得点が 0 点となる取り出し方のうち，黒玉が含まれているのは $\boxed{\text{エオ}}$ 通りであり，黒玉が含まれていないのは $\boxed{\text{カキ}}$ 通りである。得点が 1 点となる取り出し方のうち，黒玉が含まれているのは $\boxed{\text{クケコ}}$ 通りであり，黒玉が含まれていないのは $\boxed{\text{サシス}}$ 通りである。

(2) 得点が 1 点である確率は $\dfrac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タチ}}}$ であり，2 点である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テト}}}$ である。また，得点の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$ である。

2　1 から 9 までの数字が一つずつ書かれた 9 枚のカードから 5 枚のカードを同時に取り出す。このようなカードの取り出し方は $\boxed{アイウ}$ 通りある。

(1) 取り出した 5 枚のカードの中に 5 と書かれたカードがある取り出し方は $\boxed{エオ}$ 通りであり，5 と書かれたカードがない取り出し方は $\boxed{カキ}$ 通りである。

(2) 次のように得点を定める。

- 取り出した 5 枚のカードの中に 5 と書かれたカードがない場合は，得点を 0 点とする。
- 取り出した 5 枚のカードの中に 5 と書かれたカードがある場合，この 5 枚を書かれている数の小さい順に並べ，5 と書かれたカードが小さい方から k 番目にあるとき，得点を k 点とする。

得点が 0 点となる確率は $\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$ である。得点が 1 点となる確率は $\dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サシス}}$ で，得点が 2 点となる確率は $\dfrac{\boxed{セ}}{\boxed{ソタ}}$，得点が 3 点となる確率は $\dfrac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}$ である。また，得点の期待値は $\dfrac{\boxed{テ}}{\boxed{ト}}$ 点である。

3 1から10までの番号がつけられた10枚のカードから，5枚のカードを同時に取り出す。このとき，取り出した5枚のカードの番号の中で，最も大きな番号を L，最も小さな番号を S として，得点を次のように定める。

- L が偶数のとき，得点を0点とする
- L が奇数のとき，L と S の差 $L-S$ を得点とする

(1) 5枚のカードの取り出し方は $\boxed{\text{アイウ}}$ 通りあり，そのうち得点が0点となるカードの取り出し方は $\boxed{\text{エオカ}}$ 通りある。

(2) とり得る正の得点の中で最も低いのは $\boxed{\text{キ}}$ 点で，得点が $\boxed{\text{キ}}$ 点となるカードの取り出し方は $\boxed{\text{ク}}$ 通りある。
とり得る得点の中で最も高いのは $\boxed{\text{ケ}}$ 点で，得点が $\boxed{\text{ケ}}$ 点となるカードの取り出し方は $\boxed{\text{コサ}}$ 通りある。

(3) 得点が5点となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$，得点が6点となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タチ}}}$，得点が7点となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テト}}}$ である。
また，得点の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{ナニヌ}}}{\boxed{\text{ネノ}}}$ である。

4　1 辺の長さ 1 の正六角形があり，その頂点の一つを A とする。一つのさいころを 3 回投げ，点 P を次の (a)，(b)，(c) にしたがって，この正六角形の辺上を反時計回りに進める。

(a) 頂点 A から出発して，1 回目に出た目の数の長さだけ点 P を進める。
(b) 1 回目で点 P がとまった位置から出発して，2 回目に出た目の数の長さだけ点 P を進める。
(c) 2 回目で点 P がとまった位置から出発して，3 回目に出た目の数の長さだけ点 P を進める。

(1) 3 回進めたとき，点 P が正六角形の辺上を 1 周して，ちょうど頂点 A に到達する目の出方は $\boxed{\text{アイ}}$ 通りである。
3 回進める間に，点 P が 1 回も頂点 A にとまらない目の出方は $\boxed{\text{ウエオ}}$ 通りである。

(2) 3 回進める間に，点 P が 3 回とも頂点 A にとまる確率は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キクケ}}}$ であり，ちょうど 2 回だけ頂点 A にとまる確率は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ である。
3 回進める間に，点 P がちょうど 1 回だけ頂点 A にとまる確率は $\dfrac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ である。

(3) 3 回進める間に，点 P が頂点 A にとまる回数の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ 回である。

5

(1) 1 から 4 までの数字を，重複を許して並べてできる 4 桁の自然数は，全部で $\boxed{\text{アイウ}}$ 個ある。

(2) (1) の $\boxed{\text{アイウ}}$ 個の自然数のうちで，1 から 4 までの数字を重複なく使ってできるものは $\boxed{\text{エオ}}$ 個ある。

(3) (1) の $\boxed{\text{アイウ}}$ 個の自然数のうちで，1331 のように，異なる二つの数字を 2 回ずつ使ってできるものの個数を，次の考え方に従って求めよう。

(i) 1 から 4 までの数字から異なる二つを選ぶ。この選び方は $\boxed{\text{カ}}$ 通りある。

(ii) (i) で選んだ数字のうち小さい方を，一・十・百・千の位のうち，どの 2 箇所に置くか決める。置く 2 箇所の決め方は $\boxed{\text{キ}}$ 通りある。小さい方の数字を置く場所を決めると，大きい方の数字を置く場所は残りの 2 箇所に決まる。

(iii) (i) と (ii) より，求める個数は $\boxed{\text{クケ}}$ 個である。

(4) (1) の $\boxed{\text{アイウ}}$ 個の自然数を，それぞれ別々のカードに書く。できた $\boxed{\text{アイウ}}$ 枚のカードから 1 枚引き，それに書かれた数の四つの数字に応じて，得点を次のように定める。

- 四つとも同じ数字のとき　9 点
- 2 回現れる数字が二つあるとき　3 点
- 3 回現れる数字が一つと，1 回だけ現れる数字が一つあるとき　2 点
- 2 回現れる数字が一つと，1 回だけ現れる数字が二つあるとき　1 点
- 数字の重複がないとき　0 点

(i) 得点が 9 点となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$，得点が 3 点となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ である。

(ii) 得点が 2 点となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$，得点が 1 点となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{トナ}}}$ である。

(iii) 得点の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ 点である。

6 赤球 4 個，青球 3 個，白球 5 個，合計 12 個の球がある。これら 12 個の球を袋の中に入れ，この袋から A さんがまず 1 個取り出し，その球をもとに戻さずに続いて B さんが 1 個取り出す。

(1) A さんと B さんが取り出した 2 個の球のなかに，赤球か青球が少なくとも 1 個含まれている確率は $\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ である。

(2) A さんが赤球を取り出し，かつ B さんが白球を取り出す確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ である。これより，A さんが取り出した球が赤球であったとき，B さんが取り出した球が白球である条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$ である。

(3) A さんは 1 球取り出したのち，その色を見ずにポケットの中にしまった。B さんが取り出した球が白球であることがわかったとき，A さんが取り出した球も白球であった条件付き確率を求めたい。

A さんが赤球を取り出し，かつ B さんが白球を取り出す確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ であり，A さんが青球を取り出し，かつ B さんが白球を取り出す確率は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シス}}}$ である。同様に，A さんが白球を取り出し，かつ B さんが白球を取り出す確率を求めることができ，これらの事象は互いに排反であるから，B さんが白球を取り出す確率は $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ である。

よって，求める条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ である。

7 A，B，C の 3 人がいる。また，「A」と書かれた玉が 3 個，「B」と書かれた玉が 2 個，「C」と書かれた玉が 1 個ある。「A」と書かれた玉の持ち主は A で，「B」と書かれた玉の持ち主は B，「C」と書かれた玉の持ち主は C である。

(1) 全部の玉を一つの袋に入れておき，袋から 1 個の玉を取り出して，出た玉の持ち主を勝者とするゲームを考える。ゲームが 1 回終わるごとに，出た玉を袋に戻す。

(i) ゲームを 4 回行うとき，勝者が順に A，A，B，C となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ である。

(ii) ゲームを 4 回行うとき，B が 2 回以上勝つ確率は $\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ である。

(iii) ゲームを 6 回行うとき，A が 3 回，B が 2 回，C が 1 回勝つ確率は $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$ である。

(2) こんどは，A，B，C のうち 2 人の対戦を考える。2 人の対戦では，対戦者 2 人が持つ玉だけを全部合わせて一つの袋に入れ，袋から 1 個の玉を取り出して，出た玉の持ち主を勝者とする。1 回対戦が終わるごとに，すべての玉を持ち主に返す。

優勝賞金を 60 万円用意して，A と B，A と C，B と C が 1 回ずつ対戦する「総当り戦」を行い，勝った回数が最も多い人が優勝賞金を受け取る。該当者が複数いる場合は，該当者の間で等分する。

(i) A，B，C が 20 万円ずつ受け取る確率は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

(ii) A が 20 万円以上受け取る確率は $\dfrac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ である。

(iii) A が受け取る優勝賞金の期待値は $\boxed{\text{チツ}}$ 万円，B が受け取る優勝賞金の期待値は $\boxed{\text{テト}}$ 万円，C が受け取る優勝賞金の期待値は $\boxed{\text{ナ}}$ 万円である。

8 赤い袋には赤球 2 個と白球 1 個が入っており，白い袋には赤球 1 個と白球 1 個が入っている。

最初に，さいころ 1 個を投げて，3 の倍数の目が出たら白い袋を選び，それ以外の目が出たら赤い袋を選び，選んだ袋から球を 1 個取り出して，球の色を確認してその袋に戻す。ここまでの操作を 1 回目の操作とする。2 回目と 3 回目の操作では，直前に取り出した球の色と同じ色の袋から球を 1 個取り出して，球の色を確認してその袋に戻す。

(1) 1 回目の操作で，赤い袋が選ばれ赤球が取り出される確率は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ であり，白い袋が選ばれ赤球が取り出される確率は $\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ である。

(2) 2 回目の操作が白い袋で行われる確率は $\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カキ}}$ である。

(3) 1 回目の操作で白球を取り出す確率を p で表すと，2 回目の操作で白球が取り出される確率は $\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}p+\dfrac{1}{3}$ と表される。

よって，2 回目の操作で白球が取り出される確率は $\dfrac{\boxed{コサ}}{\boxed{シスセ}}$ である。

同様に考えると，3 回目の操作で白球が取り出される確率は $\dfrac{\boxed{ソタチ}}{\boxed{ツテト}}$ である。

(4) 2 回目の操作で取り出した球が白球であったとき，その球を取り出した袋の色が白である条件付き確率は $\dfrac{\boxed{ナニ}}{\boxed{ヌネ}}$ である。

また，3 回目の操作で取り出した球が白球であったとき，はじめて白球が取り出されたのが 3 回目の操作である条件付き確率は $\dfrac{\boxed{ノハ}}{\boxed{ヒフヘ}}$ である。

9 机が三つあり，各机の上には白のカードが 1 枚，各机の下には箱が一つ置かれている。いずれの箱の中にも白のカード 1 枚，青のカード 2 枚，合計 3 枚のカードが入っている。次の操作 S を行うため，各机の前に一人ずつ配置する。

S： 机の下に置かれた箱の中から無作為に取り出したカード 1 枚と，同じ机の上に置かれたカードとを交換することを，3 人が同時に行う。

この操作 S を 2 回繰り返す。また，状態 A，B を次のように定める。

A： すべての机の上に同色のカードが置かれている。

B： 二つの机の上に同色のカードが置かれ，残りの一つの机の上には別の色のカードが置かれている。

(1) 1 回目の終了時に，すべての机の上に白のカードが置かれている確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ であり，すべての机の上に青のカードが置かれている確率は $\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$ である。

(2) 1 回目の終了時に，状態 A になる確率は $\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ であり，状態 B になる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

(3) 1 回目の終了時に二つの机の上に白のカードが置かれ，残りの一つの机の上に青のカードが置かれていたとき，2 回目の終了時には状態 A になる条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。また，1 回目の終了時に二つの机の上に青のカードが置かれ，残りの一つの机の上に白のカードが置かれていたとき，2 回目の終了時には状態 A になる条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

(4) 2 回目の終了時に状態 A になる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ である。

(5) 2 回目の終了時に状態 B になったとき，1 回目の終了時も状態 B である条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$ である。

10 壺(つぼ)の中に 6 個の赤玉と 4 個の白玉の合計 10 個の玉が入っている。この壺から，玉を 1 個ずつ 10 回続けて取り出す。ただし，一度取り出した玉はもとに戻さないものとする。

(1) 1 回目と 2 回目に連続して赤玉が取り出される確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) i を 2 から 9 までの整数とし，i 回目と $(i+1)$ 回目に連続して赤玉が取り出される確率 p_i を考える。同じ色の玉は区別しない場合，10 個すべての玉の取り出し方は，取り出した玉を 1 列に並べる並べ方の総数に等しく，$\boxed{\text{ウエオ}}$ 通りである。それらのうち，8 回目の取り出しを終えた時点で白玉がすべて取り出されている取り出し方は $\boxed{\text{カキ}}$ 通りである。よって，p_9 の値は $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。また，p_3 の値は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

(3) 4 回目の取り出しを終えた時点で赤玉が 2 個以上取り出されている確率は $\dfrac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ である。よって，4 回目の取り出しを終えた時点で赤玉が 2 個以上取り出されていたとき，1 回目と 2 回目に連続して赤玉が取り出されている条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ である。

(4) 4 回目の取り出しを終えた時点で赤玉が 2 個以上取り出されていたとき，9 回目と 10 回目に連続して赤玉が取り出される条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ニヌネ}}}$ である。

(5) 壺からまず 3 個の玉を同時に取り出して，玉の色は確認せずに印をつけて壺に戻したのち，改めて玉を 1 個ずつ 10 回続けて取り出す。一度取り出した玉はもとに戻さない。9 回目と 10 回目に連続して印のついた赤玉が取り出される確率は $\dfrac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハヒ}}}$ である。

数学 A「場合の数と確率」センター試験過去問 10 回分を解いて，この分野の問題を解く際に，気を付けるべきこと，注意点，反省点を振り返ってまとめておこう．

「ミスに気を付ける」のような漠然とした精神論ではなく，どのようなミスがなぜ起きたのかを分析し，再発防止のためにはどのような工夫をすればよいのかを具体的に考えよう．そこを反省することに過去問を取り組む意義がある．さらにその反省が今後，共通テストの対策をする際の指針となるであろう．

第 5 章　場合の数と確率　　解答

1
【2010 本】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス
4	6	2	8	0	3	2	1	2	0	1	6	0

セ	ソ	タ	チ	ツ	テ	ト	ナ	ニ	ヌ	ネ
2	0	3	3	5	3	3	1	0	1	1

2
【2012 本】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ
1	2	6	7	0	5	6	4	9

コ	サ	シ	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ	テ	ト
1	1	2	6	8	6	3	2	7	5	3

3
【2011 追】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ
2	5	2	1	6	6	4	3	8	3	5	2	6	3

ソ	タ	チ	ツ	テ	ト	ナ	ニ	ヌ	ネ	ノ
5	6	3	5	6	3	1	4	8	6	3

4
【2007 本】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ
1	0	1	2	5	1	2	1	6

コ	サ	シ	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ
5	7	2	2	5	7	2	1	2

5
【2013 本】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ
2	5	6	2	4	6	6	3	6

コ	サ	シ	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ	テ	ト	ナ	ニ	ヌ
1	6	4	9	6	4	3	1	6	9	1	6	3	2

6
【2016 本】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ
2	8	3	3	5	3	3	5	1	1

サ	シ	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ	テ
5	4	4	5	1	2	4	1	1

7
【2014 追】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ
1	7	2	1	1	2	7	5	3	6

サ	シ	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ	テ	ト	ナ
1	5	1	3	2	0	3	1	2	0	9

8
【2019 本】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ
4	9	1	6	7	1	8	1	6	4	3	1	0	8

ソ	タ	チ	ツ	テ	ト	ナ	ニ	ヌ	ネ	ノ	ハ	ヒ	フ	ヘ
2	5	9	6	4	8	2	1	4	3	8	8	2	5	9

9
【2019 追】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ
1	2	7	8	2	7	1	3	2	3

サ	シ	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ
2	9	7	2	7	7	1	0

10
【2020 追】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ	ソ
1	3	2	1	0	7	0	1	3	1	3	3	7	4	2

タ	チ	ツ	テ	ト	ナ	ニ	ヌ	ネ	ノ	ハ	ヒ
1	4	3	7	5	3	1	8	5	1	4	5

第 6 章

図形の性質

1　三角形 ABC の辺 AB，AC 上にそれぞれ点 D，E を AD : AE = 2 : 3 となるようにとる。直線 DE と直線 BC は点 F で交わるとする。

(1) AD : BD = 2 : 3，AE : CE = 3 : 1 であるとき，三角形 ADE の面積を S，四角形 BCED の面積を T とすれば，$\dfrac{S}{T} = \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) BD : CE = 3 : 1 とする。このとき，$\dfrac{\text{BF}}{\text{CF}} = \dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。さらに，4 点 B，C，E，D が同一円周上にあるとき，AD = $2a$，CE = b とおくと，$\boxed{\text{オ}}\,a = \boxed{\text{カ}}\,b$ である。したがって，$\dfrac{\text{AB}}{\text{AC}} = \dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。$\dfrac{\text{AD}}{\text{BD}} = \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。また，$\dfrac{\text{EF}}{\text{DF}} = \dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

2 △ABC において，AB = 7，BC = 3 である。△ABC の内心を I とする。AI の延長と辺 BC との交点を D とし，BI の延長と辺 AC との交点を E とする。4 点 C，E，I，D は同一円周上にあるものとする。下の文章中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$，$\boxed{\text{エオ}}$ については，当てはまる文字を A ～ E のうちから選べ。

(1) $\angle\mathrm{BCA} = \angle\mathrm{AI}\boxed{\text{ア}} = \angle\mathrm{B}\boxed{\text{イウ}} + \angle\mathrm{A}\boxed{\text{エオ}}$ であるから，$\angle\mathrm{BCA} = \boxed{\text{カキ}}^\circ$ である。

したがって，$\mathrm{CA} = \boxed{\text{ク}}$ である。また $\mathrm{BD} = \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$，$\mathrm{BI}\cdot\mathrm{BE} = \dfrac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

(2) △ABC の外接円の半径は $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}$ である。また，△ABC の面積は

$\boxed{\text{チ}}\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$ であり，△ABC の内接円の半径は $\dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}\sqrt{\boxed{\text{ナ}}}$ である。

3 四角形 ABCD において，$AB=4$，$BC=2$，$DA=DC$ であり，4 つの頂点 A，B，C，D は同一円周上にある。対角線 AC と対角線 BD の交点を E，線分 AD を 2 : 3 の比に内分する点を F，直線 FE と直線 DC の交点を G とする。

次の $\boxed{\text{ア}}$ には，下の ⓪ ～ ④ のうちから当てはまるものを一つ選べ。

$\angle ABC$ の大きさが変化するとき四角形 ABCD の外接円の大きさも変化することに注意すると，$\angle ABC$ の大きさがいくらであっても，$\angle DAC$ と大きさが等しい角は，$\angle DCA$ と $\angle DCA$ と $\boxed{\text{ア}}$ である。

⓪ $\angle ABD$　　① $\angle ACB$　　② $\angle ADB$　　③ $\angle BCG$　　④ $\angle BEG$

このことにより $\dfrac{EC}{AE}=\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。次に，$\triangle ACD$ と直線 FE に着目すると，$\dfrac{GC}{DG}=\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

(1) 直線 AB が点 G を通る場合について考える。
このとき，$\triangle AGD$ の辺 AG 上に点 B があるので，$BG=\boxed{\text{カ}}$ である。
また，直線 AB と直線 DC が点 G で交わり，4 点 A，B，C，D は同一円周上にあるので，$DC=\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ である。

(2) 四角形 ABCD の外接円の直径が最小となる場合について考える。
このとき，四角形 ABCD の外接円の直径は $\boxed{\text{ケ}}$ であり，$\angle BAC=\boxed{\text{コサ}}^\circ$ である。
また，直線 FE と直線 AB の交点を H とするとき，$\dfrac{GC}{DG}=\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ の関係に着目して AH を求めると，$AH=\boxed{\text{シ}}$ である。

4 △ABC において AB = 2，AC = 1，∠A = 90° とする。

∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とすると，$\mathrm{BD} = \dfrac{\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

点 A を通り点 D で辺 BC に接する円と辺 AB との交点で A と異なるものを E とすると，$\mathrm{AB} \cdot \mathrm{BE} = \dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ であるから，$\mathrm{BE} = \dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

次の $\boxed{\text{コ}}$ には下の ⓪ ～ ② から，$\boxed{\text{サ}}$ には ③・④ から当てはまるものを一つずつ選べ。

$\dfrac{\mathrm{BE}}{\mathrm{BD}}\ \boxed{\text{コ}}\ \dfrac{\mathrm{AB}}{\mathrm{BC}}$ であるから，直線 AC と直線 DE の交点は辺 AC の端点 $\boxed{\text{サ}}$ の側の延長上にある。

⓪ ＜　　① ＝　　② ＞　　③ A　　④ C

その交点を F とすると，$\dfrac{\mathrm{CF}}{\mathrm{AF}} = \dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ であるから，$\mathrm{CF} = \dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。したがって，BF の長さが求まり，$\dfrac{\mathrm{CF}}{\mathrm{AC}} = \dfrac{\mathrm{BF}}{\mathrm{AB}}$ であることがわかる。

次の $\boxed{\text{タ}}$ には下の ⓪ ～ ③ から当てはまるものを一つ選べ。

点 D は △ABF の $\boxed{\text{タ}}$ 。

⓪ 外心である　　① 内心である　　② 重心である
③ 外心，内心，重心のいずれでもない

5　△ABC において，辺 BC を 7 : 1 に内分する点を D とし，辺 AC を 7 : 1 に内分する点を E とする。線分 AD と線分 BE の交点を F とし，直線 CF と辺 AB の交点を G とすると

$$\frac{\mathrm{GB}}{\mathrm{AG}} = \boxed{\text{ア}}, \qquad \frac{\mathrm{FD}}{\mathrm{AF}} = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}, \qquad \frac{\mathrm{FC}}{\mathrm{GF}} = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

である。したがって

$$\frac{\triangle\mathrm{CDG}\text{ の面積}}{\triangle\mathrm{BFG}\text{ の面積}} = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}}$$

となる。

4 点 B，D，F，G が同一円周上にあり，かつ FD = 1 のとき

$$\mathrm{AB} = \boxed{\text{ケコ}}$$

である。さらに，$\mathrm{AE} = 3\sqrt{7}$ とするとき，$\mathrm{AE} \cdot \mathrm{AC} = \boxed{\text{サシ}}$ であり

$$\angle\mathrm{AEG} = \boxed{\text{ス}}$$

である。$\boxed{\text{ス}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

⓪ ∠BGE　　① ∠ADB　　② ∠ABC　　③ ∠BAD

6 三角形 ABC を 1 辺の長さが 7 の正三角形とし，点 O を中心とする円 O をその外接円とする。円 O の点 B を含まない弧 CA 上に，点 D を弦 CD の長さが 3 になるようにとる。このとき，

$\angle \mathrm{ADC} = \boxed{\text{アイウ}}^\circ$ であり，$\mathrm{AD} = \boxed{\text{エ}}$ となる。したがって，$\sin\angle \mathrm{ACD} = \dfrac{\boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キク}}}$ である。

次に，線分 AC と線分 BD の交点を E とおく。

このとき，$\angle \mathrm{BDC} = \boxed{\text{ケコ}}^\circ$ であり，$\mathrm{AE} : \mathrm{EC} = \boxed{\text{サ}} : 3$ である。したがって，$\mathrm{AE} = \dfrac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。

この結果を用いて線分 OE の長さを求めよう。直線 OE と円 O との二つの交点を F，G とする。ただし，E に近い方を G，遠い方を F とする。このとき，$\mathrm{EF} \cdot \mathrm{EG} = \dfrac{\boxed{\text{ソタチ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ となる。

よって，$\mathrm{OE} = \dfrac{\boxed{\text{ト}}\sqrt{\boxed{\text{ナニ}}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$ である。

7　△ABC の内心を O，内接円 O と辺 BC の接点を H とする。辺 BC 上に点 D をとる。ただし，D は B，C と異なる点とする。△ABD の内心を P とし，内接円 P と辺 BD の接点を E とする。△ACD の内心を Q とし，内接円 Q と辺 CD の接点を F とする。

PQ を直径とする円と 2 点 D，H の間の関係で △ABC がどのような形でも成り立つものを調べる。次の $\boxed{\text{オ}}$ には，下の ⓪ ～ ③ のうちから当てはまるものを一つ選べ。

$\angle ADP = \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\angle ADB$，$\angle ADQ = \dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\angle ADC$ であるから，PQ を直径とする円と点 D の関係について正しい選択肢は $\boxed{\text{オ}}$ である。

⓪ D が辺 BC 上のどの位置にあっても，D はその円の内部にある。
① D が辺 BC 上のどの位置にあっても，D はその円周上にある。
② D が辺 BC 上のどの位置にあっても，D はその円の外部にある。
③ D が辺 BC 上のどの位置にあるかに応じて，D は，円の内部，円周上，円の外部のどの場合もある。

次の $\boxed{\text{カ}}$ ～ $\boxed{\text{サ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

$$BH = \frac{1}{2}\left(AB + \boxed{\text{カ}} - \boxed{\text{キ}}\right) \quad \cdots ①$$

$$BE = \frac{1}{2}\left(AB + \boxed{\text{ク}} - \boxed{\text{ケ}}\right) \quad \cdots ②$$

$$DF = \frac{1}{2}\left(CD + \boxed{\text{コ}} - \boxed{\text{サ}}\right) \quad \cdots ③$$

である。

⓪ AC　　① AD　　② BC　　③ BD

次の $\boxed{\text{シ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

① ～ ③から，EH = $\boxed{\text{シ}}$ であることがわかる。

⓪ FQ　　① OP　　② $\dfrac{1}{2}$EP　　③ DF

次の $\boxed{\text{ス}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

PQ の中点を J とする。J を通り辺 BC に垂直な直線と BC の交点を K とすると，K は EF の中点であるから，HK = $\boxed{\text{ス}}$ である。

⓪ DK　　① $\dfrac{1}{2}$JK　　② EH　　③ $\dfrac{1}{2}$FK

次の $\boxed{\text{セ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ 〜 ③ のうちから一つ選べ。

HK = $\boxed{\text{ス}}$ に着目すると，PQ を直径とする円と点 H の関係について，正しい選択肢は $\boxed{\textbf{セ}}$ である。

⓪ D が辺 BC 上のどの位置にあっても，H はその円の内部にある。
① D が辺 BC 上のどの位置にあっても，H はその円周上にある。
② D が辺 BC 上のどの位置にあっても，H はその円の外部にある。
③ D が辺 BC 上のどの位置にあるかに応じて，H は，円の内部，円周上，円の外部のどの場合もある。

8　二等辺三角形 ABC において，$AB = AC = 2$，$BC = 3$ とする。直線 AC 上に，C とは異なる点 D を $\angle ABC = \angle ABD$ を満たすようにとると，$\dfrac{AD}{BD} = \dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。$\triangle ABD$ と $\triangle BCD$ において，$\angle ABD = \angle BCD$ で $\angle D$ は共通であるから，$\dfrac{BD}{CD} = \dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ である。$\dfrac{AD}{CD} = \dfrac{AD}{BD} \cdot \dfrac{BD}{CD}$ に着目すると，$CD = \dfrac{\boxed{オカ}}{\boxed{キ}}$ である。

$\triangle BCD$ の外接円を O とし，点 B における円 O の接線と直線 AC との交点を E とすると，点 E は辺 AC の A の側の延長上にある。このとき

$$\angle DBE = \frac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}} \angle ABE$$

であるから，$\dfrac{BD}{CD} = \dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}$ である。

また，線分 BE は線分 $\boxed{シ}$ と同じ長さである。$\boxed{シ}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ④ のうちから一つ選べ。

⓪ AB　① AD　② AE　③ BC　④ CD

したがって，$DE = \dfrac{\boxed{スセ}}{\boxed{ソ}}$ である。

辺 BC の中点を M とし，線分 EM と線分 ED の交点を F とすると

$$\frac{FM}{EF} = \frac{\boxed{タ}}{\boxed{チツ}}$$

である。

9 　△PBD の辺 PB 上に 2 点 P，B のいずれとも異なる点 A をとり，辺 PD 上に 2 点 P，D のいずれとも異なる点 C をとる。4 点 A，B，C，D が同一円周上にあり，AB = 2，PC = 2，PD = 12 のとき，PA = $\boxed{\text{ア}}$ である。

点 M を線分 AB の中点とし，点 N を線分 CD の中点とする。線分 AB を直径とする円と線分 CD を直径とする円が点 E で接していて，3 点 M，E，N が一直線上にこの順に並んでいるとする。このとき

$$\mathrm{MN} = \boxed{\text{イ}}, \qquad \mathrm{PE} = \boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$$

である。また

$$\cos\angle\mathrm{MPN} = \frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キク}}}$$

である。

線分 PN 上に点 F を直線 MF と直線 PN が垂直に交わるようにとり，線分 PM 上に点 G を直線 NG と直線 PM が垂直に交わるようにとる。このとき

$$\mathrm{PF} = \frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}, \qquad \mathrm{PG} = \frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。さらに，線分 MF と線分 NG の交点を J とする。このとき

$$\mathrm{JE} = \frac{\boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チツ}}}$$

である。

10　△ABC において，$AB=\sqrt{6}$，$BC=4$，$\cos\angle ABC=\dfrac{\sqrt{6}}{9}$ とする。

辺 BC 上の点 D を $BD=1$ となるようにとり，△ACD の外接円と辺 AB の交点で，点 A とは異なる点を E とする。このとき

$$BE\cdot BA=\boxed{\text{ア}}$$

であるから，$BE=\dfrac{\boxed{\text{イ}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

線分 AD と線分 EC の交点を P とすると

$$\frac{AP}{PD}=\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。$AD=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{キク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ であるから，$PD=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{コサ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。また，$\cos\angle ADB=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{スセ}}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ である。

次に，△AEP の外接円と直線 BP の交点で，点 P とは異なる点を L とする。

$$BP\cdot BL=\boxed{\text{チ}}$$

である。

$$BD\cdot BC=4$$

であるから，$\tan\angle BLC=\boxed{\text{ツ}}\sqrt{\boxed{\text{テ}}}$ である。

数学 A「図形の性質」センター試験過去問 10 回分を解いて，この分野の問題を解く際に，気を付けるべきこと，注意点，反省点を振り返ってまとめておこう．

「ミスに気を付ける」のような漠然とした精神論ではなく，どのようなミスがなぜ起きたのかを分析し，再発防止のためにはどのような工夫をすればよいのかを具体的に考えよう．そこを反省することに過去問を取り組む意義がある．さらにその反省が今後，共通テストの対策をする際の指針となるであろう．

第 6 章　図形の性質　　解答

1
【1998 本】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ
3	7	9	2	5	3	3	2	2	5	1	2

2
【2007 追】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス
E	A	D	B	E	6	0	8	7	5	2	1	5

セ	ソ	タ	チ	ツ	テ	ト	ナ
7	3	3	6	3	2	3	3

3
【2016 本】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ
⓪	1	2	1	3	3	2	7	4	3	0	2

4
【2018 本】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ	ソ	タ
2	5	3	2	0	9	1	0	9	⓪	④	5	8	5	3	①

5
【2020 本】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス
1	1	8	2	7	9	5	6	1	2	7	2	②

6
【2006 追】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ
1	2	0	5	5	3	1	4	6	0	5	3	5	8

ソ	タ	チ	ツ	テ	ト	ナ	ニ	ヌ	ネ
7	3	5	6	4	7	5	7	2	4

7
【2016 追】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ
1	2	1	2	①	②	⓪	③	①	①	⓪	③	⓪	①

8
【2017 追】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ
2	3	2	3	1	8	5	1	2	4	5

シ	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ
②	3	2	5	9	3	2

9
【2020 追】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ
4	6	2	6	1	9	3	5	1	9	7

シ	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ
1	9	5	5	6	1	2

10
【2019 追】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ
4	2	6	3	2	3	5	1	3

コ	サ	シ	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ	テ
5	1	5	5	1	5	1	4	5	2