二次切替数学ドリル（数学ⅠAⅡBC）

1 $(a+b+1)(a+b-1)=4$，$(3a-b-3)(3a-b+3)=7$（ただし，a と b は $a>0$，$b>0$ を満たす実数）のとき，$a=$ ア ，$b=$ イ である。

2 2 次関数 $y=ax^2+x+b$（a,b は実数）は $x=1$ のとき，最大値 -3 をとる。このとき，$a=$ ア であり，$b=$ イ である。

3 xy 平面上に，2 つの定点 $\mathrm{A}(1,0)$，$\mathrm{B}(9,0)$ と動点 $\mathrm{P}(x,y)$ がある。P が $\mathrm{AP}:\mathrm{BP}=1:1$ を満たして動くとき，P が描く軌跡の方程式は ア である。また，P が $\mathrm{AP}:\mathrm{BP}=1:3$ を満たして動くとき，P が描く軌跡の方程式は イ である。

4 曲線 $y=-x^2+9$ と x 軸で囲まれた部分の面積を S_1 とすると，$S_1=$ ア であり，曲線 $y=5-|x^2-4|$ と x 軸で囲まれた部分の面積を S_2 とすると，$S_2=$ イ である。

5 x の方程式

$$\log_3(x-2)=\log_9(2x^2-12x-a+23)$$

を考える。$a=5$ のとき，この方程式の解は $x=$ ア である。また，この方程式が異なる 2 つの実数解をもつとき，実数 a の値の範囲は イ である。

6 $x=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$，$y=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ のとき，$\dfrac{x^3+y^3}{x^2+y^2}=$ ア ，$x^3+x^2y+xy^2+y^3=$ イ である。

7 5 個の数字 $1,2,3,4,5$ のうちの異なる 4 個を並べて，4 けたの整数をつくるとき，2 の倍数は ア 個できる。また，3 の倍数は イ 個できる。

8 $\cos\theta=\dfrac{2}{3}$ $\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ のとき，$\sin\dfrac{\theta}{2}=$ ア であり，$\sin\dfrac{3}{2}\theta=$ イ である。

9 $\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$ とする。このとき，2^n が 202 けたの整数となるような自然数 n の最大値は ア であり，$n=$ ア のとき 2^n の最高位の数字は イ である。

10 整式 $(1-x^2)^6(1-x^3)^4$ の展開式における x^2 の項の係数は ア であり，x^{12} の項の係数は イ である。

11 さいころを 1 回投げ，出た目が $1,2,3$ ならば $n=1$，出た目が $4,5$ ならば $n=2$，出た目が 6 ならば $n=3$ とする。その後にさいころを n 回投げ，この n 回で出た目の合計を得点とする。得点が 6 点となる確率は ア であり，得点が 5 点以上となる確率は イ である。

12 $\triangle\mathrm{ABC}$ があり，$\mathrm{AB}=4$，$\mathrm{BC}=4$，$\cos\angle\mathrm{ABC}=\dfrac{1}{4}$ とする。このとき，$\triangle\mathrm{ABC}$ の外接円の半径は ア であり，$\triangle\mathrm{ABC}$ の面積は イ である。

13 $2^x=5^y=\sqrt{10}$ のとき，$4^x+25^y=$ ア ，$\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=$ イ である。

14 a,b を実数とする。2 次関数 $y=x^2+ax+b$ のグラフが直線 $x=2$ に関して対称で，頂点が $y=3x-1$ 上にあるとき，$a=$ ア ，$b=$ イ である。

15 $y = 9^x + 9^{-x} + 3^x - 3^{-x} + 7$ とする。$t = 3^x - 3^{-x}$ とし，y を t の式で表すと $\boxed{\quad ア \quad}$ であり，$x = \boxed{\quad イ \quad}$ のとき y は最小値をとる。

16 直線 $l\colon x + ty - t - 2 = 0$（$t$ は実数）は，t の値にかかわらず，ある定点を通り，その座標は $\boxed{\quad ア \quad}$ である。また，l が円 $x^2 + y^2 = 1$ と接するとき，$t = \boxed{\quad イ \quad}$ である。

17 3 辺の長さが 13，14，15 である三角形の外接円の半径は $\boxed{\quad ア \quad}$ であり，内接円の半径は $\boxed{\quad イ \quad}$ である。

18 円に内接する四角形 ABCD において，$\mathrm{AB} = 3$，$\mathrm{BC} = 4$，$\mathrm{CD} = 3$，$\mathrm{DA} = 2$ とする。このとき，$\cos\angle\mathrm{BAD} = \boxed{\quad ア \quad}$ であり，$\mathrm{BD} = \boxed{\quad イ \quad}$ である。

19 t を実数とする。$|\overrightarrow{a}| = 2$，$|\overrightarrow{b}| = 3$，$|\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}| = \sqrt{3}$ を満たすベクトル $\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}$ において，$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = \boxed{\quad ア \quad}$ であり，$|t\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}|$ は，$t = \boxed{\quad イ \quad}$ のとき最小値をとる。

20 方程式 $x^{\log_3 x} = 729x$ の実数解は $\boxed{\quad ア \quad}$，$\boxed{\quad イ \quad}$ である。ただし，$\boxed{\quad ア \quad} < \boxed{\quad イ \quad}$ とする。

A a を実数として $f(x) = x^3 + (a+1)x^2 + (a+2)x + 2$ とする。

(1) $f(x) = 0$ が $x = -1$ を解にもつことを示せ。また $f(x)$ を因数分解せよ。

(2) $f(x) = 0$ が $x = -1$ 以外の実数解を持たないような a の値の範囲を求めよ。

(3) $f(x) = 0$ の実数解のうち，値が最小であるものが -1 であるような a の値の範囲を求めよ。

B a, b を実数とする。$x^3 + ax^2 - 5x + b = 0$ の 1 つの解が $2 - \sqrt{3}i$ であるとき，a, b の値を求めよ。

C $0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ とする。関数 $f(\theta) = 2\cos^2\theta + \sin\theta\cos\theta$ の最大値を求めよ。また，そのときの θ について $\sin\theta$ の値を求めよ。

D 不等式 $\log_4(x+1) + \log_2(4-x) \geqq 2$ を解け。

E 正の実数 x に対して $y = \left(\log_{\frac{1}{2}} x\right)^3 + \log_4 x^3$ とする。

(1) $t = \log_4 x$ とするとき，y を t で表せ。

(2) x が $x \geqq 1$ の範囲を動くとき，y の最大値と，そのときの x の値を求めよ。

F k 回さいころを投げ，出た目の和が 9 になる確率を $P(k)$ とする。

(1) $P(2)$ の値を求めよ。

(2) $P(3)$ の値を求めよ。

(3) $P(6)$ の値を求めよ。

G a, b $(b > 0)$ を実数とする。xyz 空間に 4 点 $\mathrm{O}(0,0,0)$，$\mathrm{A}(a,0,3)$，$\mathrm{B}(-2,b,4)$，C をとる。四角形 OACB が正方形になるとき，以下の問いに答えよ。

(1) a, b の値を求めよ。また，点 C の座標を求めよ。

(2) 4 点 O，A，B，C を通る半径 6 の球の中心の座標を求めよ。