京大文系学部　入試問題

2022年

$\boxed{1}$

(30 点)

$5.4 < \log_4 2022 < 5.5$ であることを示せ．ただし，$0.301 < \log_{10} 2 < 0.3011$ であることは用いてよい．

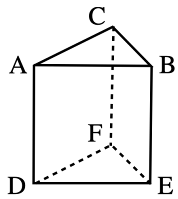
$\boxed{2}$

(30 点)

下図の三角柱 ABC−DEF において，A を始点として，辺に沿って頂点を n 回移動する．すなわち，この移動経路

$$\mathrm{P}_0 \to \mathrm{P}_1 \to \mathrm{P}_2 \to \cdots \to \mathrm{P}_{n-1} \to \mathrm{P}_n \qquad （ただし\ \mathrm{P}_0 = \mathrm{A}）$$

において，$\mathrm{P}_0\mathrm{P}_1$, $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2$, $\cdots$, $\mathrm{P}_{n-1}\mathrm{P}_n$ はすべて辺であるとする．また，同じ頂点を何度か通ってもよいものとする．このような移動経路で，終点 P_n が A，B，C のいずれかとなるものの総数 a_n を求めよ．



$\boxed{3}$

(30 点)

xy 平面上の 2 直線 L_1，L_2 は直交し，交点の x 座標は $\dfrac{3}{2}$ である．また，L_1，L_2 はともに曲線 $C : y = \dfrac{x^2}{4}$ に接している．このとき，L_1，L_2 および C で囲まれる図形の面積を求めよ．

$\boxed{4}$

(30 点)

a，b を正の実数とする．直線 $L : ax + by = 1$ と曲線 $y = -\dfrac{1}{x}$ との 2 つの交点のうち，y 座標が正のものを P，負のものを Q とする．また，L と x 軸との交点を R とし，L と y 軸との交点を S とする．a，b が条件

$$\frac{\mathrm{PQ}}{\mathrm{RS}} = \sqrt{2}$$

を満たしながら動くとき，線分 PQ の中点の軌跡を求めよ．

$\boxed{5}$

(30 点)

四面体 OABC が

$$\mathrm{OA} = 4, \quad \mathrm{OB} = \mathrm{AB} = \mathrm{BC} = 3, \quad \mathrm{OC} = \mathrm{AC} = 2\sqrt{3}$$

を満たしているとする．P を辺 BC 上の点とし，△OAP の重心を G とする．このとき，次の各問に答えよ．

(1) $\overrightarrow{\mathrm{PG}} \perp \overrightarrow{\mathrm{OA}}$ を示せ．

(2) P が辺 BC 上を動くとき，PG の最小値を求めよ．